

TAMPEREEN YLIOPISTO

Matematiikan yhteistoiminnallinen oppiminen luonnossa

Kasvatustieteiden yksikkö

Kasvatustieteiden pro gradu -tutkielma

MEERI FRONDELIUS

Syyskuu 2014

Tutkimuksen tarkoituksena oli yhteistoiminnallisen luonnossa tapahtuvan matematiikan oppimisen aikana tarkastella oppilaiden toimintaa ryhmässä. Lisäksi tutkimus pyrki tarkastelemaan sitä, miten oppilaat kielentävät matemaattista ajatteluaan työskennellessään pienryhmässä. Tavoitteena oli myös tuoda esiin oppilaiden ajatuksia ja kokemuksia matematiikan yhteistoiminnallisesta oppimisesta luonnossa.

Tutkimuksen kohteena olivat tamperelaisen peruskoulun 2. luokan oppilaat. Aineisto kerättiin maaliskuussa 2014. Tutkimuksen aineisto koostui pienryhmätilanteiden videoinneista sekä oppilaiden yksilöhaastatteluista. Tutkimus oli laadullinen ja filosofiselta taustaltaan hermeneuttis-fenomenologinen. Tutkimuksen pyrkimyksenä oli siis ymmärtää eri asioihin kohdistuvia yksilöllisiä ja yhteisiä merkityksiä. Aineiston analyysimenetelmänä käytettiin teoriaohjaavaa sisällönanalyysia

Tutkimuksen tulokset osoittivat, että yhteistoiminnallinen työskentely oli tutkimukseen osallistuneille oppilaille uusi menetelmä, ja ryhmien toiminta oli vielä kehittymätöntä. Toimivan ryhmädynamiikan rakentuminen vaatii aikaa sekä riittäviä sosiaalisia taitoja. Näiden kehittymistä opettaja voi tukea useiden menetelmien avulla. Parityöskentelystä on hyvä aloittaa, vaikkakin yhteistoiminnallisen työskentelyn tullessa tutuksi 3–5 oppilaan ryhmät voivat toimia ongelmanratkaisutilanteissa kahden oppilaan ryhmiä tehokkaammin. Yhteistoiminnallinen työskentely toi esiin myös oppilaiden matemaattista ajattelua heidän kielentäessään matematiikkaa suomen kielen, kuviokielen sekä eleiden avulla. Oppilaiden ymmärrys kertolaskun käsitteestä osoittautui pinnalliseksi. Kertolaskun käsite on yksi haasteellisimmista sisällöistä matematiikan alkuopetuksessa. Konkreettisten mallien yhdistäminen kertolaskuihin tukee käsitteen ymmärryksen kehitystä.

Tutkimukseen osallistuneet oppilaat pääosin nauttivat uudenlaisen opetusmenetelmän tuomasta vaihtelusta matematiikan opetukseen. Lähes kaikki oppilaat olivat kuitenkin sitä mieltä, että myös luokassa ja matematiikan oppikirjojen parissa työskentely on antoisaa ja mielekästä. Osa oppilaista kertoi ulkona tapahtuvan yhteistoiminnallisen työskentelyn olevan heille luontaista sen mahdollistaessa liikkumisen ja itse toimimisen luokkatyöskentelyä laajemmin. Erilaiset oppimistyyliä huomiovan, monipuolisen ja vaihtelevan opetuksen avulla on mahdollista osaltaan ennaltaehkäistä oppilaiden syrjäytymistä ja tarjota useammalle oppilaalle onnistumisen kokemuksia. Oppimisympäristöjen vaihtelu tukee myös oppilaiden toimijuuden kehittymistä, sillä luokkahuone fyysisenä oppimisympäristönä ohjaa helposti vain tietynlaiseen vuorovaikutukseen.

Avainsanat: yhteistoiminnallinen oppiminen, matematiikan kielentäminen, oppiminen luonnossa, toimijuus

SISÄLLYS

1 JOHDANTO	4
2 TOIMINNALLISUUS OPETUKSESSA	6
2.1. TIETOPAINOTTEINEN KOULU	6
2.2. TOIMINNALLINEN OPETUS	7
3 YHTEISTOIMINNALLINEN OPPIMINEN.....	10
3.1. RYHMIEN MUODOSTUMINEN JA TOIMINTA	11
4 TOIMINNALLINEN MATEMATIIKAN OPETUS	14
4.1. MATEMAATTISEN AJATTELUN KEHITTYMINEN ALKUOPETUKSESSA	15
4.2. MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN	16
4.3. MATEMATIIKAN OPETUS PERUSOPETUKSEN OPETUSSUUNNITELMASSA	18
5 OPPIMINEN LUONNOSSA	20
5.1. PERUSOPETUKSEN OPETUSSUUNNITELMAN MUKAINEN OPETUS	21
6 TUTKIMUKSEN KULKU.....	24
6.1. TUTKIMUSKYSYMYKSET	24
6.2. HERMENEUTTIS-FENOMENOLOGINEN TUTKIMUSOTE	24
6.3. AINEISTON KERUU	25
6.4. AINEISTON ANALYYSI	29
7 TUTKIMUKSEN TULOKSET	32
7.1. YHTEISTOIMINNALLINEN TYÖSKENTELY	32
7.1.1. Johtajan rooli	32
7.1.2. Ryhmän koko	34
7.1.3. Vapaamatkustajat	37
7.1.4. Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu.....	39
7.1.5. Ryhmän muodostuminen: valtaneuvottelut	42
7.2. OPPILAIKEN MATEMATIIKAN KIELENTÄMINEN JA MATEMAATTINEN AJATTELU	43
7.3. OPPILAIKEN AJATUKSIA JA KOKEMUKSIA MATEMATIIKAN YHTEISTOIMINNALLISESTA OPETUKSESTA LUONNOSSA	54
8 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDESTA JA EETTISYYDESTÄ	59
9 POHDINTA	61
10 LÄHTEET	65

1 JOHDANTO

Luokanopettajaopintojeni sivuaineena opiskelin ympäristötietoa. Näiden opintojen parissa sain kokemuksia ja tietoa siitä, miten myös muita oppiaineita voi toisiinsa integroiden opettaa luonnossa. Punaisena lankana oli ajatus siitä, että melkein mitä tahansa on mahdollista opettaa ulkona. Luonnossa ja kaupungin viheralueilla oleskelu vaikuttaa mielialaan lisäämällä positiivisia ja vähentämällä negatiivisia tunteita. Positiiviset tunteet lisääntyivät niin työhön, opiskeluun kuin vapaa-aikaankin liittyvän viherkäytön myötä. Psyykkinen hyvinvointi ja sen myötä syntyvä työkyky vaikuttavat epäsuorasti myös työn tuottavuuteen ja laatuun. (Tyrväinen, Silvennoinen, Korpela & Ylen 2007, 73–75.)

Viime aikoina on puhuttu paljon siitä, miten liiallisella istumisella on haitallisia terveysvaikutuksia. Asia ei koske vain työssään paljon istuvia työntekijöitä. Niska- hartia- ja alaselän vaivat ovat pitkäkestoisen staattisen istumisen seurauksena lisääntyneet myös lapsilla ja nuorilla. Runsaalla istumisella on lihasvoimaa, koordinaatiota ja tasapainoa heikentävä vaikutus. Istumiseen liittyviä aineenvaihdunnan muutoksia on havaittu jo lapsilla. Lihavuuden, rasva- ja hiilihydraattiaineenvaihdunnan sekä verenpaineen muutosten taas on havaittu olevan yhteydessä riskiin sairastua 2-typin diabeteksen ja sydän- ja verisuonitauteihin. Fyysisen aktiivisuuden ja alhaisen painoindeksin ei ole havaittu olevan vaikutusta runsaasta istumisesta johtuvien aineenvaihduntamuutosten syntyyn. Istumista olisikin syytä vähentää ja korvata se seisomisella sekä kohtalaisesti tai voimakkaasti kuormittavalla liikunnalla. (Vuori & Laukkanen 2010.) Ulkona oleminen mahdollistaa toiminnallisen opetuksen, jolloin opetus voi helposti sisältää myös liikunnallisia elementtejä. Ulkona oppimisen taustalla voidaan siis nähdä myös kansanterveyttä edistävä näkökulma.

Ulkona oppimiseen liittyvän terveystieteellisen näkökulman lisäksi suomalainen koulujärjestelmä on myös oppilaiden oppimista koskevan haasteen edessä. Oppilaiden kannalta mielekkäintä oppimista nimittäin tapahtuu nykyisin paljon myös koulun seinien ulkopuolella: internetissä ja mediassa, kavereiden kanssa sekä harrastuksissa ja kerhoissa. Yksityiskohtaisella tiedon opettamisella ei enää ole entisenlaista merkitystä, sillä nykyisin tieto on tietoverkkojen kautta milloin tahansa ja kenen tahansa saatavilla. Koulun ja opettajien roolia onkin tietoyhteiskunnan myötä arvioitava uudelleen. Opettajan tulisi yhä enemmän toimia oppimisen siltojen rakentajana koulun ja muiden

oppimisympäristöjen välillä sekä mahdollistaa ja ohjata eri tavoin tapahtuvaa oppimista. (Paalasmaa 2014, 14.) Koulun tulisi pystyä kehittymään yhteiskunnassa tapahtuneiden muutosten mukana. Perinteinen luokkatyöskentely, missä oppilaat tuijottavat toistensa selkiä ja opettaja ohjaa kaikkea keskustelua, on yksinkertaisesti aikansa elänyt opetusmuoto. Yhteistyötaitojen kehittäminen ja yhdessä oppiminen ovat yhteiskunnan koululle asettamia uusia haasteita. (Saloviita 2006, 20.)

2 TOIMINNALLISUUS OPETUKSESSA

Jantunen ja Haapaniemen (2013, 220–221) mukaan keskustelu erilaisista opetustyyleistä, esim. tietopainotteisesta ja toiminnallisemmasta opetuksesta, ei ole historiassamme uusi asia. Luonnonmukaista kasvatusta, jossa tarkoituksena on kehittää lapsen luontaisia taipumuksia, ovat jo aikanaan 1700–1800-luvuilla puolustaneet mm. Fröbel, Pestalozzi ja Rousseau. Luonnonmukaisen kasvatuksen arvostelijat, esim. J. V. Snellman, puolestaan kritisoivat suuntausta keskittymisestä lapsen aistien harjoittamiseen tunnustamatta ihmisen sivistyksellistä yhteenkuuluvuutta historiaan, kansaan ja perheeseen. Nimenomaan luonnonmukainen kasvatusaate on kuitenkin saavuttanut lapsen nostamisen kasvatuksen keskiöön aktiivisena, toiminnallisena ja luovana olentona.

Lapsen luontaista toimeliaisuutta ja vilkkautta ei pitäisi liian aikaisin kitkeä pois. Toimeliaisuus ja vilkkaus tulisi ennemminkin kanavoida oikein eli tarjota kinesteettisen oppimistavan omaaville lapsille toimeliaita tapoja oppia. Voitaisiin mennä ikään kuin vilkkaiden oppilaiden ehdolla ja tehdä oppimisesta elämyksellistä ja toimeliasta. Tällaisesta toiminnasta pitävät luultavasti muutkin kuin vain vilkkaat oppilaat. Penkittämisen eli pulpetissa istuttamisen ja yksilöllisten tehtävien ajan voidaan jo katsoa menneen ja olevan auttamatta historiaa. Tulevaisuudessa tulevat korostumaan yhteistyötaidot sekä kykyjen laaja-alaisuus: useampien kokonaisuuksien hallinta ja yhdistely. Nämä taidot edellyttävät aiempaa enemmän myös mielikuvituksen käyttöä ja luovuutta. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 42, 48.)

2.1. Tietopainotteinen koulu

Koulussa keskitytään usein tiedon oppimiseen. Nykyisin on kuitenkin mahdotonta opettaa tarkasti juuri sitä tietämystä oppilaille, mitä he tulevat elämänsä aikana tarvitsemaan. Tieto, osaaminen ja ammatit uusiutuvat jokaisen sukupolven aikana sellaista vauhtia, että tulevaisuuden työelämän tarpeita on mahdotonta täysin ennustaa. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 52.) Voidaan pohtia myös sitä, minkälainen ja kenen tuottama tieto on nykypäivänä oppilaille merkityksellistä. Tietoyhteiskunnassa tieto on kaikkien saatavilla, minkä johdosta opettaja ei enää ole se, joka tietää kaiken. Oppilaat saattavat omilla kiinnostusalueillaan kehittyä asiantuntijoiksi ja tietää joistain

asioista opettajaa enemmän. (Kumpulainen, Krokfors, Lipponen, Tissari, Hilppö & Rajala 2010, 27–28.)

Se, mitä oppilas oppii ja ennen kaikkea, miksi hänen sitä pitäisi oppia, määräytyy tämänhetkisen elämisen näkökulmasta. Tällöin oppimisen tarkoituksiksi muodostuu ihmisenä kasvu tunne-elämää unohtamatta. Tätä päämäärää kohti kuljetaan tuntien, tietäen ja toimien. Sosiaalisia taitoja tarvitaan myös nykyisin aiempaa enemmän, sillä vuorovaikutusverkostot ovat laajenevia ja monikulttuurisia. Olennaista on siis oppia etsimään, arvioimaan ja tuottamaan tietoa sekä jakamaan sitä muille ja sopeutumaan uusiin oppimistilanteisiin. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 52–56.)

Yksipuolinen tietokeskeinen opetus vaikuttaa myös lasten aivojen kehitykseen. Nykyinen tietokeskeinen koulu oikeastaan vääristää lasten muotoutumassa olevat aivot ja laiminlyö lasten kehittämisen kykeneviksi ymmärtämään ja soveltamaan tietoa oikealla tavalla erilaisissa tilanteissa. Kaikki lapsuudessa toiminnassa olevat aivokeskukset, esim. tietoisuus, mielikuvitus ja leikinomainen luovuus, ovat välttämättömiä myös myöhemmässä elämässä. Mikäli lapset menevät liian aikaisin nykytyyliin tietopainotteisiin kouluihin, elintärkeät lapsuudenaikaiset kehitysvaiheet jäävät läpikäymättä, millä on vaikutusta lasten aivojen kehitykseen. Tärkeät aivotoinnot: luovuus, arviointikyky, kyky kokonaisuuksien näkemiseen ja luomiseen uusissa tilanteissa estyvät. Myös kyky käsitellä sisäisiä konflikteja, joita ihminen väistämättä elämässään kohtaa, estyy. Jos aivoihin kohdistuu liiallisen informaation rasitus, aivojen ongelmanratkaisu- ja tiedonkäsittelykyky heikkenee. Lapset eivät enää kykene arvioimaan ja arvottamaan tilanteita oikealla tavalla. Tämän seurauksena he alkavat vihata kaikkea tiedollista painetta, mikä on vain terve merkki aivojen pelastumisyrityksestä. Ylirasitettujen lasten tottelemattomuus saattaakin lopulta johtaa hyvään, jos heille aukenee mahdollisuuksia kasvaa kokonaisuuksia ymmärtäviksi yksilöiksi. (Bergström 2009, 128–129.)

2.2. Toiminnallinen opetus

Lapsilähtöinen pedagogiikka ottaa huomioon lapsen luontaisen tavan oppia. Usein tämä tarkoittaa toimintaa, ääntä ja liikettä. Jos koulussa harjoitetaan liian vähän toiminnallisuutta ja vuorovaikutusta sisältävää pedagogiikkaa, sammuu lasten luontainen tapa toimia vähitellen. Viime aikoina mediassakin on puhuttu paljon lasten ja nuorten passiivisuudesta. Voidaan pohtia, mikä on kouluissa harjoitettavan pedagogiikan osuus passiivisuuden ilmiöstä. Ylipäätään voidaan kyseenalaistaa hiljaa ryhmässä olemisen taito tulevaisuuden menestystekijänä. Oppilaiden istuttaminen hiljaisina paikoillaan saattaa myös johtaa siihen, että toiminnan tarve patoutuu oppilaissa ja etsii

vapautumismuotoja muulla ehkä luvattomillakin tavoilla, esim. välitunnilla. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 235, 272 - 279.)

Toimijuus tarkoittaa identiteettiä, jolloin yksilö tai yhteisö on oppinut toimimaan aloitteellisesti ja vastuullisesti. Toimijuus syntyy toimintaan osallistumisen kautta. Toimijuus synnyttää pystyvyyden tunnetta ja sitouttaa toimimaan omiin ja yhteisiin asioihin vaikuttaen. Tämä on yhteydessä pitkäkestoiseen ja motivoituneeseen työskentelytapaan. Nykyinen yhteiskunnallinen ilmapiiri odottaa kansalaisilta aktiivista toimijuutta niin työelämässä kuin vapaaehtoistoiminnan ja kansalaisaktiivisuudenkin muodoissa. Lasten ja nuorten toimijuuden tukeminen on erittäin tärkeää myös elämänhallinnan kehittymisen ja syrjäytymisen ehkäisyn kannalta. (Kumpulainen jne. 2010, 25–26, 93.)

Toimijuuden tukemisessa on tärkeää opettaa oppilaita suhtautumaan tietoon tutkivasti ja problematisoiden. Myös oppikirjojen tekstejä voidaan tulkita ja kritisoida. Oppilaat kannattaa opettaa vertailemaan eri tekstien sisältämiä tietoja ja havaitsemaan tietolähteissä esiintyviä ristiriitaisuuksia. Näin oppilaat oppivat muodostamaan tutkivan suhteen tietoon ja käyttämään sitä ajattelunsa välineenä tiedon kritiikittömän omaksumisen sijaan. Tietolähteiden monipuolinen ja kriittinen käyttö saa oppilaat myös ymmärtämään, että tieto on yhteydessä laajalti myös koulun ulkopuoliseen maailmaan. Oppilaiden omat tuotokset ovat myös osa yhteistä tiedonrakentamisprosessia. Oppilaiden tuotoksia voidaan esitellä esim. koulun muille oppilaille, vanhemmille tai koulun ulkopuolisille ryhmille. (Kumpulainen jne. 2010, 53.)

Täytyy muistaa, että joskus asioiden ulkoa opettelukin on paikallaan ja hyödyllistä. Ulkoa oppiminen kehittää muistia. Lapsilla on toisella ja kolmannella luokalla ulkoa oppimisen herkkyyksikausi, mikä puoltaa esim. kertotaulujen ulkoa opettelua näillä vuosiluokilla. Opetussuunnitelmat ovat normi, joita opettajien tulee noudattaa. Ei ole tarkoituksenmukaistakaan hypätä toiseen äärilaitaan: hylätä opetussuunnitelmat ja lähteä liikkeelle täysin oppilaiden kiinnostuksenkohteista. Opetussuunnitelmat eivät kuitenkaan ole yhtä kuin oppikirjat, jotka saattavat sisältää asioita, joita ei tarvitse opettaa tai vastaavasti niistä voi puuttua jotakin opetussuunnitelman kannalta oleellista sisältöä. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 208–209, 271, 303–304.)

Oppilaiden voisi antaa itse etsiä ja käyttää heitä kiinnostavia tietolähteitä, jolloin heidän suhteensa tietoon rikastuu. Eri oppiaineiden ja osaamisalueiden tuntemiseen kuuluu käsitys myös siitä, mitä tietoa on saatavilla, mistä sitä löytää sekä miten sitä voi käyttää. Oppikirjoja täydentäviä tietolähteitä voivat olla esim. sanoma- ja aikakauslehdet, tietokirjat sekä koulun ulkopuoliset asiantuntijat, joihin oppilaat voisivat itse olla yhteydessä esim. sähköpostin välityksellä. (Kumpulainen jne. 2010, 52.)

Spontaanille oppimiselle sekä uteliaisuudelle voitaisiin antaa nykyistä enemmän tilaa. Oppimisen painopiste voisi siirtyä enemmän aloitteellisuuteen, harrastuneisuuteen ja muuhun omaehtoisuuteen, joka kumpuaa oppilaiden sisäisestä motivaatiosta. Tällöin oppikirjoja sekä ulkoisia palkintoja ja rangaistuksia numeroarvostelun muodossa tarvittaisiin aiempaa vähemmän. Vuonna 2016 voimaan tulevien opetussuunnitelmien onkin tarkoitus olla nykyistä väljemmät, jolloin tilaa ja aikaa jää enemmän opettajan ja oppilaiden omille painotuksille. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 303–304, 322.)

Länsimainen yhteiskuntamme on suuntautunut visuaalisen eli näkemiseen perustuvan ja auditiivisen eli kuulemiseen perustuvan tiedon omaksumiseen. Perinteinen koulu perustuu pääasiassa lukemiseen ja kirjoittamiseen. Tällöin suositetaan vain visuaalisesti ja auditiivisesti suuntautuneita. Useimmilla lapsilla on kuitenkin taktiilisia taipumuksia. Nämä lapset oppivat ja muistavat asioita parhaiten, jos saavat oppimisprosessin aikana käyttää käsiään ja kosketella esineitä. Kinesteettiset oppijat taas tarvitsevat koko kehoon kohdistuvaa fyysistä harjoitusta ja koko kehon mukaan ottamista oppimisprosessiin. Pelkkä luokassa istuminen, lukeminen ja kirjoittaminen on kinesteettisille ja taktiilisille oppilaille täysin sietämätöntä. Muutaman vuoden kuuntelu-, lukemis- ja kirjoittamisyritysten jälkeen he lakkaavat osallistumasta opetukseen ja alkavat sen sijaan häiritä muita. Heistä tulee ensin alisuoriutujia, sitten heillä ilmenee käytösongelmia ja lopulta he saattavat jättää koulun kesken inhoten syvästi kaikenlaista muodollista oppimista ja koulutusta. (Prashning 2000, 155–163.)

Motivaation puute on erittäin merkityksellinen tekijä, joka voi sysätä syrjäytymisen kehityksen alkuun. Varsinkin alemmilla luokilla koulussa motivaation puute on usein erityisesti poikien ongelma. Koulussa toimitaan opetussuunnitelman pohjalta, joka ei välttämättä noudata oppilaiden luontaisia uteliaisuuden kohteita. Mikäli elämis- ja kokemismaailmat oppilaan ja koulun opetussuunnitelman välillä eivät kohtaa, ei motivoitunut opiskelu onnistu. Sisäisesti motivoitunut toiminta lähtee siitä riemusta ja ilosta, jonka toiminta itsessään tuottaa. Näin tapahtuu, kun oppilas on aluksi aidosti utelias, sitten kiinnostunut ja lopulta uppoutunut ja sitoutunut tekemäänsä. Uteliaisuus voidaan myös herättää. Opetustyössä tulisikin pyrkiä etsimään toimintoja ja elämyksiä, jotka voisivat tyydyttää oppilaiden luontaista kiinnostusta asioihin. Lapsilta kyllä löytyy rohkeutta, ennakkoluulottomuutta ja innostusta. Meidän aikuisten vain pitäisi osata lähestyä tätä lasten sisäistä potentiaalia sekä saada se mukaan tulevaisuuden koulun ja koko yhteiskunnan rakentamiseen. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 303 - 304, 324.)

3 YHTEISTOIMINNALLINEN OPPIMINEN

Ihmiselle on luonteenomaista hakeutua yhteen toisten ihmisten kanssa ja toimia ryhmissä. Oppiminen koulun ulkopuolella tapahtuu pitkälti ihmisyhteisöissä, jotka jakavat keskenään kokemuksia. Kouluoppiminen on taas päinvastaisesti perinteisesti keskittynyt yksilölliseen opiskeluun. Opettajajohtoinen ja yksilöllinen kouluopetus valmistaa oppilaita kohtaamaan työelämän, jossa työntekijöiden on kyettävä työskentelemään työnjohdon alaisuudessa yksinkertaisen työn parissa. Näitä ominaisuuksia vaativat teollisuusammatit ovat kuitenkin harvinaistuneet. Pelkkä kyky noudattaa ohjeita ja työskennellä yksin eivät enää riitä. (Saloviita 2006, 19.) Esim. vuonna 2006 enää 25 % työvoimasta toimi teollisuuden ammattiteissa. Sosiaalisten taitojen hallintaa vaativissa palveluammattiteissa työskenteli 70 % työvoimasta. (Tilastokeskus, 2006.)

Perinteinen opetusmalli ja pyrkimys ylläpitää järjestystä luokassa eivät kohtaa lasten tarpeita. Lapsia vaaditaan istumaan pulpeteissa paikoillaan lähinnä kuuntelijan roolissa ja puhumaan tunnin aikana hyvin rajoitetusti. Luokassa tapahtuva vuorovaikutus kulkee opettajan kautta, joka jakaa puheenvuoroja. Oppilaiden erilaiset tarpeet aiheuttavat lisäksi sen, että kuunneltava asia on usein oppilaille joko liian tuttua tai liian vaikeaa. Oppilaat pakotetaan passiivisuuteen, mikä johtaa helposti käytöshäiriöihin. Sen sijaan lapset haluaisivat puhua, liikkua ja tehdä asioita itse. Oppilaat eivät kykene ylläpitämään opettajan toivomaa järjestystä luokassa, mikä ilmenee kuiskutteluna, liikehdintänä ja pyrkimyksenä hakea kontaktia luokkatovereihin. Yhteistoiminnallinen opetuksen malli vastaa lasten luonnollisiin tarpeisiin. Oppilaita rohkaistaan keskustelemaan, olemaan vuorovaikutuksessa toistensa kanssa, tekemään ja liikkumaan. Malli sopii erityisen hyvin myös luonnostaan vilkkaille tai heikon keskittymiskyvyn omaaville oppilaille. (Saloviita 2006, 53–54, 141.)

Ongelmien poistamiseksi on käytetty perinteisesti keinona homogenisointia eli oppilasryhmien keskinäisten eroavaisuuksien minimointi. Tähän on Suomessa pyritty lähinnä jakamalla luokka tilapäisiin tasoryhmiin eli eriyttämällä opetusta. Toinen mahdollisuus olisi tehdä eritasoisia rinnakkaisluokkia tai -kouluja. Suomessa tällaista mallia pidetään nykyisin tasa-arvon vastaisena. Tasoryhmittely lakkautettiin vuoden 1983 peruskoululaissa. Käytännössä Suomessakin epävirallisia tasoluokkia ovat erilaiset erikoisluokat, esim. musiikki- tai kielipainotteiset luokat, joille valikoituu motivoituneita ja koulutaidoiltaan keskimääräistä oppilasta kehittyneempiä oppilaita. Kouluissa

tapahtuu lisäksi epävirallista rinnakkaisluokkien muodostamista oppilaiden tason mukaan. Monissa maissa, esim. Saksassa, tasoportaita sisältäviä koulutusjärjestelmiä sovelletaan edelleenkin. (Saloviita 2006, 142–144.) Tasoryhmittelyllä voi olla myönteisiä vaikutuksia parhaiden oppilaiden oppimiseen. Alimpien oppimisryhmien tulokset kuitenkin heikentyvät heterogeenisten ryhmien opetukseen verrattuna, jolloin yleinen oppimisen taso ei nouse tasoryhmittelyä käytettäessä. (Slavin 2003, 298 - 299.)

Ei yhteistoiminnallinen opetus silti kaikkia ongelmia ratkaise. Ne ovat vain luonteeltaan erilaisia kuin perinteisessä luokkahuonetyöskentelyssä, jossa tavoitteena on pitää oppilaat hiljaisina ja paikoillaan. Yhteistoiminnallisen oppimisen haasteena on melutason hallinta, ohjeiden antaminen ja noudattaminen, ryhmän toiminnan ohjaaminen ja aineiston käsittely. Opettajan työkaluna työrauhaongelmien ratkaisemiseksi on työskentelyä koskevien sääntöjen luominen, esim. hiljaisella äänellä keskusteleminen ja ohjeiden noudattaminen. Hiljaisuusmerkki, esim. opettaja nostaa käden ylös, jolloin oppilaat hiljenevät ja nostavat myös kätensä ylös, saattaa olla tarpeen ohjeidenannon organisoimiseksi niin, että kaikki keskittyvät kuuntelemaan ohjeita. (Saloviita 2006, 46, 54 - 59.)

Yhteistoiminnallisen oppimisen avulla on saavutettu myönteisiä oppimistuloksia. Kaksi vuotta kestäneessä lukemiseen ja kirjoittamiseen keskittyvässä seurantatutkimuksessa havaittiin, että yhteistoiminnallisiin ryhmiin osallistuneet oppilaat kehittivät verrokkiryhmän oppilaita paremmin kielellisissä taidoissa, esim. luetun ymmärtämisessä ja kielellisessä ilmaisussa. Yhteistoiminnallisissa ryhmissä myös oppilaiden metakognitiiviset taidot kehittivät verrokkiryhmän oppilaita tehokkaammin. Lisäksi integroituihin yhteistoiminnallisiin ryhmiin osallistuneet erityisoppilaat oppivat enemmän kuin verrokkiryhmän oppilaat tavallisissa erityisluokissa. (Stevens & Slavin 1995, 1.)

3.1. Ryhmien muodostuminen ja toiminta

Oppilaiden ei tulisi antaa vapaasti muodostaa ryhmiään, sillä silloin on vaarana, ryhmien kuppikuntaisuus lisääntyy. Tällöin tiettyjä oppilaita syrjitään ja heidät jätetään ryhmien ulkopuolelle. Luokan heikoimmat oppilaat saattavat jäädä omiin ryhmiinsä, vaikka he tarvitsisivat tukea taitavampien oppilaiden osaamisesta. Tyttöillä ja pojilla on myös taipumusta hakeutua eri ryhmiin, jolloin he eivät opi työskentelemään yhdessä. Oppilaiden työskennellessä aina samojen oppilaiden kanssa, he eivät opi tekemään yhteistyötä erilaisten ihmisten kanssa. (Saloviita 2006, 35–36.)

Heterogeeniset ryhmät, jotka koostuvat keskenään mahdollisimman erilaisista oppilaista tarjoavat mahdollisuuden oppia työskentelemään yhteistyössä itsestä, esim. sukupuolen tai etnisen

taustan mukaan, eroavien oppilaiden kanssa. Tällöin heikoimmat oppilaat saavat apua taitavammilta oppilailta, jotka myös oppivat itse samalla auttaessaan muita. Heterogeeniset ryhmät helpottavat myös työrauhan ylläpitämistä, kun levottomat oppilaat erotetaan toisistaan. Jokaiseen ryhmään voidaan pyrkiä saamaan mahdollisimman tunnollinen oppilas viemään ryhmätyön tekoa eteenpäin. Heterogeenisiä ryhmiä muodostaessaan opettaja voi laittaa oppilaat paremmuusjärjestykseen esim. arvosanojen ja havaintojensa perusteella. Tämän jälkeen esim. neljän hengen ryhmiä muodostaessaan opettaja sijoittaa jokaiseen ryhmään yhden hyvän, kaksi keskinkertaista ja yhden heikkomman suoriutujan. Opettaja voi myös erottaa hyvät ystävät toisistaan ja ennaltaehkäistä näin muiden syrjäytymistä. Opettajan on lisäksi mahdollista työrauhan takaamiseksi erottaa toisistaan oppilaat, jotka eivät tule toimeen keskenään. Oppilaiden tason mukaan muodostetut *homogeeniset* ryhmät saattavat johtaa heikoimpien oppilaiden kielteiseen leimautumiseen. Homogeenisten ryhmien muodostumista on perusteltu lähinnä parhaimpien oppilaiden edulla, jolloin he saavat edetä asioissa omassa tahdissaan, eivätkä heikoimmat ole hidastamassa heidän oppimistaan. (Saloviita 2006, 36–39.)

Ryhmässä tapahtuvaa toimintaa ja sen kehittymistä voidaan kuvata *ryhmän kehitysvaiheilla*. Ensimmäinen vaihe on *forming eli ryhmän muodostuminen*. Ryhmän jäsenet tutustuvat toisiinsa. Tätä vaihetta voidaan tukea erilaisilla tutustumisharjoituksilla ja -leikeillä. Seuraavana on vuorossa *storming eli ryhmän kuohuntavaihe*. Ryhmän toimittua jonkin aikaa yhdessä, muodostuu ryhmän sisällä ristiriitoja, jotka kumpuavat erilaisten persoonallisuuksien ja valtapyrkimysten yhteentörmäyksestä. Tätä vaihetta tukevat ryhmäharjoitukset, missä vaaditaan tasavertaista yhteistyötä. Ryhmän tulee päästä ristiriitojen ylitse, oppia sovitteluun niitä ja työskentelemään tasavertaisesti. Kolmas vaihe on nimeltään *norming eli ryhmän mukautuminen* toimintaa ohjaaviin normeihin. Nyt ryhmä on selvittänyt ristiriitansa ja on valmis opiskeluun. Tätä seuraa *performing eli suoritussvaihe*, jossa ryhmä työskentelee oppimistavoitteidensa saavuttamiseksi. Viimeisenä vaiheena on *adjourning eli hyvästijättö*. Tällöin ryhmä on toiminut yhdessä noin viidestä kuuteen viikkoa ja on aika lähteä kohti uusia koitoksia. (Pennington 2005, 72–74.)

Yhteistyö erilaisten oppilaiden kesken tuo väistämättä mukanaan ristiriitoja. Eri mielipiteet nousevat esiin, ja oppilaat väittelevät keskenään. Mitä enemmän oppilaat välittävät yhteisestä tavoitteestaan, sitä kiivaampaa väittely saattaa olla. Ristiriitojen puute saattaakin olla merkki oppilaiden välinpitämättömyydestä. Yhteistoiminnallisen ongelmanratkaisun vaihtoehtona perinteisessä opettajajohtoisessa opetuksessa ovat yksilöllinen oppiminen, väittely ja kompromissihakuisuus. Tällöin oppilaat siis joko pohtivat ajatuksiaan ja mielipiteitään itsekseen, väittelevät toisten kanssa yrittäen löytää parhaimman kannan tai lopettavat keskustelemisen heti alkuunsa tavoitteenaan pyrkiä kompromissiin mahdollisimman pian. Usein ihmiset tuntevat olonsa

epämukaviksi ristiriitatilanteissa. Tämän vuoksi monissa kouluissakin ristiriitoja peitellään ja vältellään, sillä ristiriitojen puuttumista pidetään hyvänä asiana. (Johnson & Johnson 2002, 119 - 121.)

Älylliset ristiriidat ovat kuitenkin toivottavia, sillä juuri niiden synnyttämän keskustelun myötä yhteistoiminnallinen oppiminen edistää oppilaiden koulumenestystä, korkeamman tason päättelyä ja luovuutta. Yhteistoiminnallinen oppiminen on näiden asioiden suhteen kilpailuhenkistä yksilökeskeistä oppimista tehokkaampaa. Yhteistoiminnalliseen ongelmanratkaisuun osallistuneet oppilaat muistavat paremmin tietoja, pystyvät siirtämään oppimaansa uusiin tilanteisiin sekä käyttävät korkeamman tason päättelystrategioita asioiden mieleen palauttamisessa ja siirrossa perinteiseen opetukseen osallistuneita paremmin. Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu eroaa perinteisesti opetuksessa käytettävistä ongelmanratkaisutavoista siinä, että se pyrkii luomaan erilaisista näkemyksistä yhteisiä, mutta uudenlaisia ratkaisutapoja ja näkökantoja. Oppilaat oppivat yhteistoiminnallisen ongelmanratkaisun kautta ottamaan huomioon erilaisia näkökantoja sekä päätyään rationaalisen ajattelun pohjalta tapahtuvaan yhteiseen ratkaisuun. (Johnson & Johnson 2002, 121 - 125.)

4 TOIMINNALLINEN MATEMATIIKAN OPETUS

Matematiikan oppikirja määrää usein opetussuunnitelman sijaan opetettavien asioiden sisällöt (Perkkilä 2002, 152). Opettajan oppaat ja oppikirjat kuitenkin suhteellisen vähän ohjaavat opettajaa ja oppilaita opiskelemaan matematiikkaa yhdessä ryhmässä asioita yhdessä pohtien. Sen sijaan oppimateriaalit ohjaavat opettajajohtoiseen, hiljaiseen ja pääosin yksin tapahtuvaan työskentelyyn. Käsitteiden kuvaukset ja ominaisuudet annetaan oppikirjassa usein luettelomaisesti valmiina, mikä ei ohjaa toimintamateriaalien avulla tapahtuvaan käsitteiden ominaisuuksien löytämiseen. (Hytti & Joutsenlahti 2006, 6–7.)

Matematiikkaa integroidaan muihin oppiaineisiin ja koulun ulkopuolelle vain harvoin. Opettajat saattavat uskomuksissaan painottaa toiminnallisuutta ja konkretiaa, mutta se ei välttämättä tarkoita näiden esiintymistä käytännön opetuksessa. Matematiikan oppikirja ja opettajan oppaan asema saattaa tuntua opettajista kahleelta, jonka vallasta on vaikea irrottautua. Opettajat eivät kritisoi oppikirjojen asiasisältöjä ja etenemisjärjestystä. Ainoastaan oppikirjojen laatuun saatetaan kiinnittää huomiota. Oppikirjoihin perustuvilla oppitunneilla korostuu sääntöjen ja valmiiden toimintamallien muistaminen. Opettajat pyrkivät varmistamaan lasten osaamisen antamalla heille ulkoa muistettavia kaavoja. Lasten omakohtaiselle ymmärtämiselle ei kuitenkaan tällöin välttämättä jää tilaa, eivätkä lapset rohkaistu kehittämään omia ratkaisumallejaan. (Perkkilä 2002, 152–156.)

Perinteisesti toteutetulla matematiikan opetuksella oppilaat oppivat joukon merkitsemistapoja, laskuoperaatioita ja algoritmeja, mutta näiden perimmäinen tarkoitus ja ymmärtäminen jäävät puutteelliseksi. Oppilaat eivät opi ajattelemaan joustavasti ja strategisesti matemaattisia ongelmia ja niiden ratkaisuvaihtoehtoja pohtiessaan. He eivät opi myöskään soveltamaan matemaattisia tietoja ja taitojaan arkipäivän elämään. Syynä tähän on pidetty sitä, että perinteinen matematiikan opetus keskittyy liikaa matemaattisen ongelmanratkaisun teknisten menettelytapojen ja laskuoperaatioiden harjoitteluun. Käsitteellisen ja strategisen tason pohdintaan ei käytetä tarpeeksi aikaa. Oppilaat turvautuvat pinnallisiin strategioihin, joita laskutehtävien operaatioiden ja tekniikkojen maailma heille tarjoaa. (Kinnunen & Vauras 1998, 273.)

Vaikka tutkimustulokset puolustavatkin pienryhmissä tapahtuvan matematiikan yhteistoiminnallisen oppimisen tehokkuutta, perinteinen matematiikanopetus on kuitenkin edelleen vallalla koulujen käytännöissä. Miksi matematiikan opetuksen menetelmät eivät sitten ole muuttuneet uusien tutkimustulosten myötä? Tähän on varmasti monia syitä. Ensinnäkin Suomessa opetus pohjautuu vahvasti yksilöllisiin harjoituksiin perustuviin oppikirjoihin, mitkä myötäilevät opetussuunnitelman sisältöjä. Opettajille ei ole juuri saatavilla valmiita tehtäviä, joita soveltaa yhteistoiminnallisessa matematiikan opetuksessa. Matemaattista osaamista myös pidetään perinteisesti yksittäisten käsitteiden tietämisenä ja laskusääntöjen muistamisena. Laaja-alaisempi matemaattinen osaaminen, esim. matematiikan käyttö arkipäivän ongelmien ratkaisemisessa yhteistyössä oman pienryhmän kanssa tai kyky ajatella matemaattisesti, eivät ole vahvasti esillä koulujen opetuskäytännöissä. (Salhberg & Berry 2002, 184.)

4.1. Matemaattisen ajattelun kehittyminen alkuopetuksessa

Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan oppiminen on aktiivinen tapahtuma, jossa oppilas rakentaa aikaisempien kokemustensa ja itse muodostamiensa käsitysten pohjalta ajatteluaan. Uudet käsitteet liittyvät aiempiin käsitteisiin. Käsitteiden omaksuminen tapahtuu lapsen oman aktiivisen toiminnan kautta. Tällöin lapsi itse rakentaa ja muokkaa omaa ajatteluaan sekä tarkistaa sen paikkansa pitävyyttä. (Ikäheimo 1997, 8.) Pelkästä konstruktivismista puhuttaessa tarkoitetaan lähinnä yksilöllistä oppimista ja ajattelun taitojen kehittymistä. Oppiminen on kuitenkin myös sosiaalinen ilmiö, jota ei voi pitää irrallisena sosiaalisesta, kulttuurisesta ja historiallisesta kontekstistaan. Kun myös oppimisen sosiaalinen luonne otetaan huomioon, voidaan puhua *sosiokonstruktivistisesta oppimisesta*. (Cantell & Koskinen 2004, 71.)

Lapsen aktiivinen toiminta käsitteenmuodostusprosessissa on siis olennaista. Matemaattiset käsitteet voidaan muodostaa nelivaiheisen prosessin kautta. Ensimmäisessä vaiheessa lapset toimivat konkreettisesti ja havainnollistavat asiaa kehollaan käyttäen mahdollisimman montaa aistia. Toisessa vaiheessa sama asia tehdään joillakin välineillä, esim. napeilla tai tikuilla. Kolmannessa vaiheessa sama asia toteutetaan kuvallisena. Neljännessä vaiheessa asia esitetään symbolien avulla eli matematiikan kielellä. Puhuminen on tärkeä väline käsitteenmuodostusprosessissa. Puhumalla lapsi selvittää itselleen ja toisille, miten hän on johonkin ratkaisuun päätenyt. Samalla lapsi saattaa huomata omat erehdyksensä. (Muurinen-Rehn 2002, 2–5.)

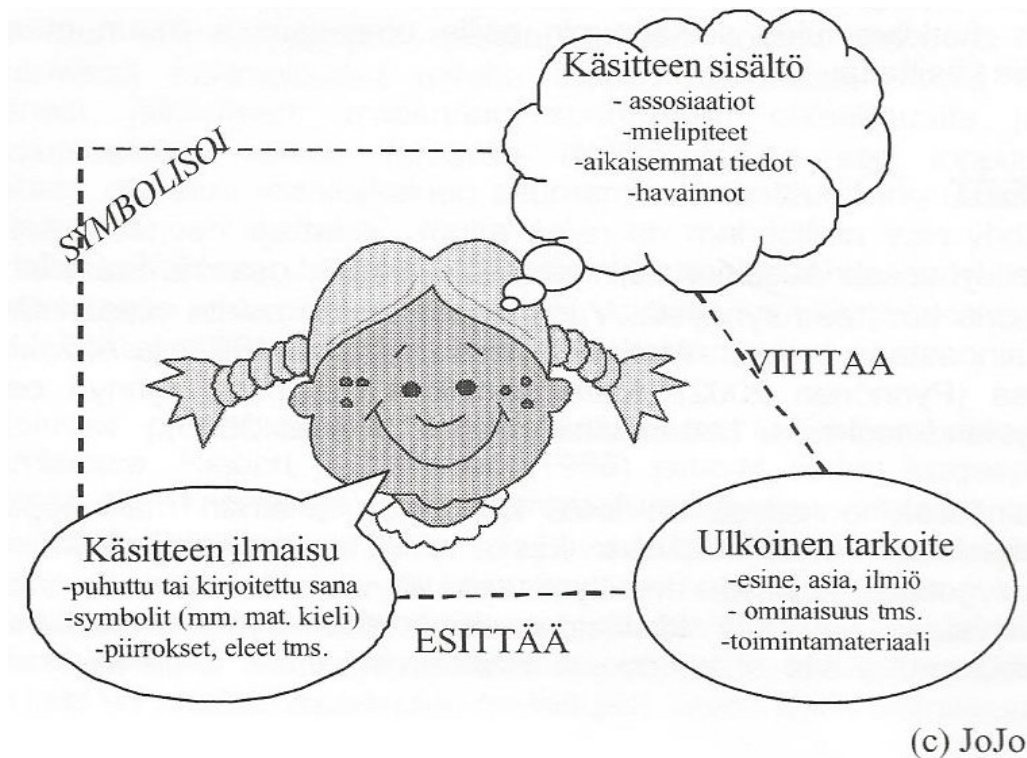
Ulkoinen oppimateriaali ja ääneen ajatteleva on tarpeellista kaikille oppilaille, mutta erityisesti heikosti suoriutuville. Matematiikan alkuopetuksessa keskeisiä työskentelytapoja ovat

leikinomaisuus, toiminnallisuus ja lapsen oma käsitteiden rakentaminen. Uuden käsitteen tai kokonaisuuden opetus olisi hyvä aloittaa käsitteenmuodostusta tukevilla välineillä ilman oppikirjaa. Kirjaton vaihe mahdollistaa käsitteen opettamisen mahdollisimman perusteellisesti. Lasten oman toimintansa selostaminen suullisesti ja kirjallisesti auttaa käsitteen muodostuksessa ja selkiintymisessä. (Ikäheimo 1998, 246.)

Käsitteenmuodostusvälineiden, esim. värikuutioiden, 10-järjestelmävälineiden sekä mittaamista ja geometrian käsitteitä havainnollistavien välineiden, hyväksikäyttö matematiikan opetuksessa ehkäisee oppimisvaikeuksia. Alkuopetuksessa vaikeuksia oppilaille aiheuttaa useimmiten 10-järjestelmän hallinta, lukualueen 0–20 yhteen- ja vähennyslaskut sekä kertolaskun käsite. Oppilailla on välineitä käyttäessään mahdollisuus rakentaa matematiikan perusta vahvaksi. Kun oppilaat tottuvat käyttämään välineitä käsitteenmuodostusvälineitä ajattelunsa tukena ja selostamaan toimintaansa ääneen, sanallisten tehtävien ymmärtäminen helpottuu myöhemmin. (Ikäheimo 1998, 247–249.)

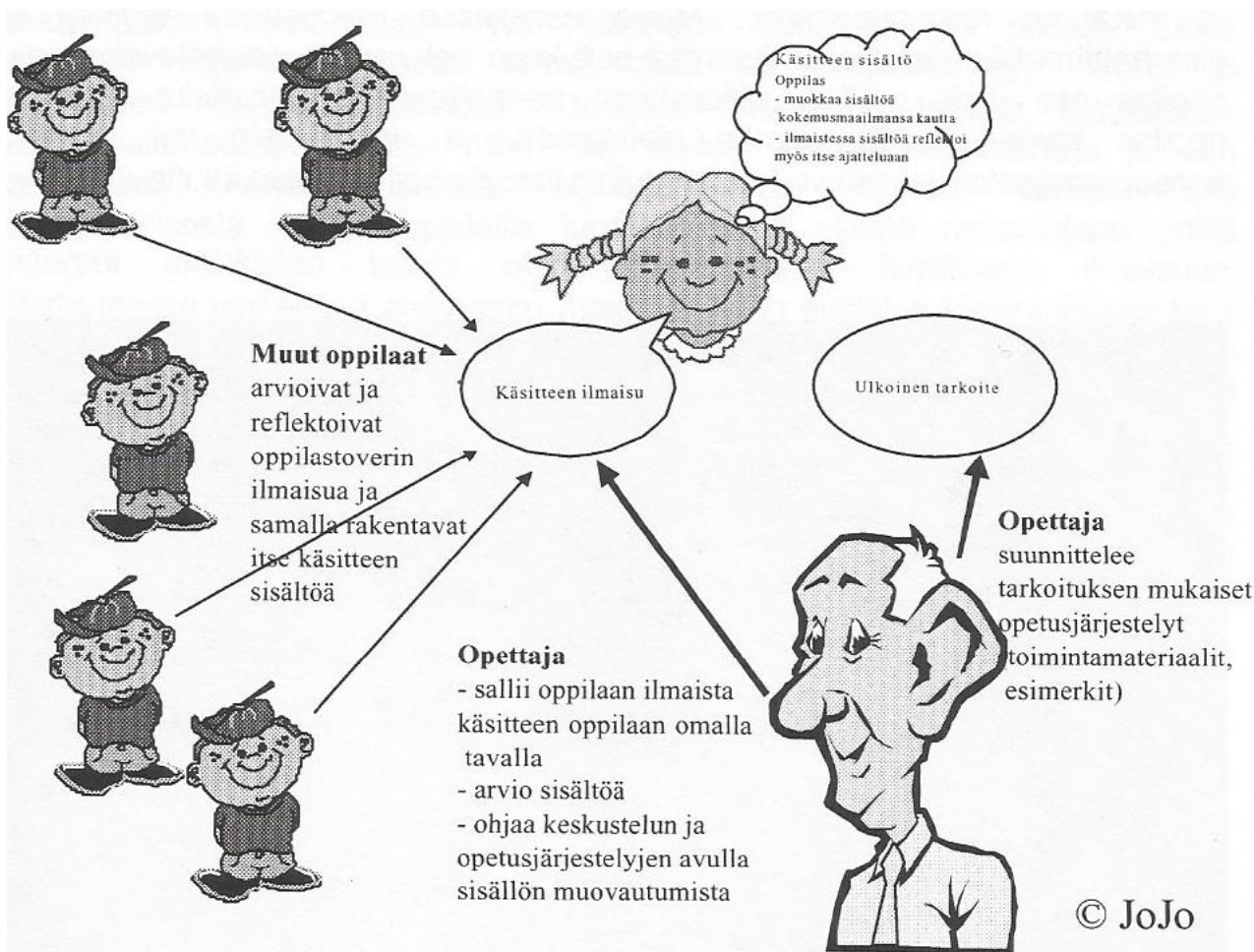
4.2. Matematiikan kielentäminen

Matematiikkaa kielentäessään oppilas jäsentää matemaattista ajatteluaan perustelemalla ja refleктоimalla käsityksiään kielen avulla (Joutsenlahti 2003B, 8). Oppilaan itsensä merkitykselliseksi kokemat tiedot, taidot, kokemukset ja uskomukset ovat uusien käsitteiden oppimisen lähtökohtana. Aiemmin opittu ja koettu assosioituu uuteen opiskeltavaan asiaan. Toimintamateriaalien ja tarkoituksenmukaisten esimerkkien avulla oppilas luo opiskelutilanteessa uutta mentaalimallia jostakin käsitteestä. Oppilaan ajatteleva käsitteen sisältö viittaa aina johonkin ulkoiseen tarkoitteeseen, esim. esineeseen tai mihin tahansa havaittavaan kohteeseen. Käsitteen sisältöä taas voidaan ilmaista eri tavoin, esim. puhutun tai kirjoitetun kielen, piirrosten, eleiden tai symbolien avulla. Kielentäessään matemaattista käsitettä oppilas myös konstruoi omaa ajatteluaan. (Joutsenlahti 2003A, 192.)



KUVIO 1. Matematiikan kielentäminen. (Joutsenlahti 2003B, 8.)

Opettajan tehtävänä on suunnitella opetus niin, että toimintamateriaalit, esimerkit, mallit yms. on etukäteen huolellisesti suunniteltu ja valittu opetuksen kannalta tarkoituksenmukaisiksi. Oppilaiden kielentäessä matemaattista ajatteluaan ja opettajan seurattessa heidän toimintaansa, opettaja saa viitteitä oppilaiden ajatteluprosesseista. Mikäli opettaja kannustaa oppilaita kertomaan ajatuksiaan omin sanoin, pääsee hän kaikkein lähimmäksi oppilaiden ajattelua. Saamiensa tietojen perusteella opettaja voi tehdä uusia opetusjärjestelyjä ja antaa näin oppilaille mahdollisuuden muovata edelleen mentaalimalliaan käsitteestä. Toisen oppilaan ilmaistessa käsitteen sisältöä kielentämisen avulla myös muut oppilaat voivat verrata toisen oppilaan ilmaisua omaan ajatteluunsa. Näin oppilaiden on mahdollista muovata keskustelun avulla niin omaa kuin toistenkin oppilaiden käsitteen sisältöä. (Joutsenlahti 2003A, 192.)



KUVIO 2. Opettajan ja muiden oppilaiden rooli matematiikan kielentämisprosessissa.
(Joutsenlahti 2003B, 9.)

4.3. Matematiikan opetus perusopetuksen opetussuunnitelmassa

Matematiikan tunneilla keskustellaan yleensä liian vähän. Ongelmanratkaisu- ja sovellustehtävien ratkaisuja on hyvä pohtia yhdessä. (Ikäheimo 1995, 38.) Perusopetuksen opetussuunnitelman (2004, 151) mukaan matematiikan opetuksen tulee tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen sekä matemaattisten käsitteiden ja yleisimmin käytettyjen ratkaisumenetelmien oppimiseen. Opetuksen tulee kehittää oppilaiden luovaa ajattelua ja ohjata oppilasta löytämään ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. Matematiikan opetus luo kestävän pohjan matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden omaksumiselle. Konkreettisuus on tärkeä apuväline yhdistettäessä oppilaiden kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään. Matemaattisen ajattelun ja toiminnan avulla ratkaistavissa olevia arkipäivän ongelmia tulee hyödyntää opetuksessa.

Vuosiluokilla 1–2 matematiikan opetuksen ydintehtävänä on matemaattisen ajattelun kehittäminen, keskittymisen, kuuntelemisen ja kommunikoinnin harjaannuttaminen. Käsitteiden ja rakenteiden muodostamisen pohjaksi tulee hankkia kokemuksia. Tavoitteena on myös saada iloa ja tyydytystä ongelmien ymmärtämisestä ja ratkaisemisesta. Pyritään lisäksi siihen, että oppilaat saavat monipuolisia kokemuksia eri tavoista esittää matemaattisia käsitteitä: puhutun ja kirjoitetun kielen, välineiden sekä symbolien avulla ja oppivat perustelemaan päätelmiään konkreettisilla välineillä, kuvin, kirjallisesti tai suullisesti. (POPS 2004, 151.)

Opetussuunnitelma siis ohjaa opetukseen, joka saa oppilaat kielentämään matemaattista ajatteluaan eri tavoin ja pohtimaan matemaattisia ongelmia yhdessä toisten kanssa sekä hyödyntämään konkreettisia apuvälineitä ajattelunsa tukena. Nämä tavoitteet eivät välttämättä toteudu pelkästään oppikirjoihin pohjautuvia opetusmenetelmiä käyttämällä, vaan edellyttävät myös yhteistoiminnallisuutta ja konkreettisten apuvälineiden käyttöä oppikirjatyöskentelyn ohella. Opetussuunnitelmassa mainitaan tavoitteeksi myös oppilaiden onnistumisen kokemukset ongelmanratkaisutehtävissä. Tämä on tärkeä tavoite, joka vaikuttaa oppilaiden motivaatioon opiskella matematiikka myös jatkossa. Motivaatio syntyy aiemmista myönteisistä oppimiskokemuksista. Kielteiset kokemukset saattavat aiheuttaa sen, että lapsi yrittää vältellä tilanteita, joissa epäonnistumisen kokemukset mahdollisesti toistuvat. (Ikäheimo 1997, 8.)

5 OPPIMINEN LUONNOSSA

Luonnossa liikkuminen ja oleilu vaikuttavat tutkitusti myönteisesti ihmisen elintoimintoihin ja terveydentilaan. Luonnossa ja kaupungin viheralueilla oleskelu kohottaa mielialaa lisäämällä positiivisia ja vähentämällä negatiivisia tunteita. Erään tutkimuksen mukaan positiiviset tunteet lisääntyivät niin työhön, opiskeluun kuin vapaa-aikaankin liittyvän viherkäytön myötä. Psykkinen hyvinvointi ja sen myötä syntyvä työkyky vaikuttivat epäsuorasti myös työn tuottavuuteen ja laatuun. (Tyrväinen, Silvennoinen, Korpela & Ylen 2007, 73, 75.) Luonnonympäristössä älyllisestä, tunneperäisestä ja fyysisestä stressistä palautuminen on nopeampaa kuin rakennetussa ympäristössä. Luontoympäristö ja viheralueet vähentävät myös ylivilkkäuden oireita. (Paalasmaa 2014, 150.)

Oppiminen ulkona luonnossa mahdollistaa opetussuunnitelmaan perustuvan opetuksen elävöittämiseen sekä integroituihin oppiainerajoihin ylittäviin kokonaisuuksiin keskittymiseen. Oppiminen ulkona tarjoaa kokemuksia kaikille aisteille, minkä ansiosta oppimisen kohteena olevaa asiaa voidaan opiskella useilla eri tavoin ja useista erilaisista näkökulmista. Ulkona oppiminen tarjoaa myös mahdollisuuden liikuntaan ja lapsille luontaiseen liikkumiseen koulupäivän aikana. Liikkuminen vaihtelevissa ympäristöissä taas kehittää lasten motorisia taitoja. (Brügge, Glantz & Sandell 1999, 24–27.)

Ulkoympäristö tarjoaa monipuolisen oppimisympäristön. Ulkona oppimisen avulla yksilön fyysiset, emotionaaliset, kognitiiviset ja sosiaaliset ominaisuudet voivat kehittyä. Ulkona on mahdollista opettaa ja ottaa käyttöön laaja joukko erilaisia tietoja ja taitoja. Teoreettiset käsitteet on ulkona helppo yhdistää käytännön elämän esimerkkeihin, mikä tukee oppilaiden käsitteiden ymmärrystä. Ulkona työskentelyn kautta voidaan myös saada oppilaat tietoisemmaksi ja herkemmäksi havainnoimaan lähiympäristöään. (Gilbertson, Bates, McLaughlin & Ewert 2006, 5, 11–13.)

Yläkoulun opettajien ulkona opettamista koskevia kokemuksia tutkittaessa kävi ilmi, että ulkona opettamisella on selviä potentiaalisia hyötyjä, mutta myös rajoituksia ja esteitä. Ulkona opettaminen saattaa lisätä oppilaiden välistä yhteistyötä ja osallistumista koulutyöhön. Opetuksen siirtämisestä ulos hyötyivät opettajien mukaan erityisesti ujut oppilaat. Ulkona opettaminen antoi myös mahdollisuuden parantaa opettajien ja oppilaiden välisiä suhteita. Haasteina opetuksen

siirtämiseen ulos opettajat näkivät kiireen ja joustamattomat aikataulut. Opetuksessa usein käytettyä koulun pihaa opettajat pitivät epäviihtyisänä ja meluisana oppimisympäristönä, vaikkakin oppilaat viihtyivät siellä hyvin, ja se todettiin lopulta hyväksi oppimisympäristöksi. Ennen kuin opettajat kokeilivat opettamista ulkona, he epäilivät tästä aiheutuvan kurinpito- ja motivaatio-ongelmia oppilaiden keskuudessa. Opettajat kuitenkin huomasivat yllätyksekseen oppilaiden olevan kiinnostuneita ja innostuneita ulkona oppimisesta. (Fägerstam 2012, 52–53, 69 – 70.)

Ruotsalaiset opettajat myös pitivät ulkona opettamista yhtenä keinona kehittää oppilaiden luontosuhdetta ja lisätä tietoa lähiympäristöstä (Fägerstam 2012, 64). Konkreettiset kokemukset ovat yksi tapa rakentaa luontosuhdetta ja herättää kiinnostus luontoa kohtaan. Metsä- ja luontosuhteen kehittymisen tukeminen olisi hyvä saada osaksi kaikkea koulutusta laajentamalla oppimisympäristöä lähiluontoon. (Polvinen, Pihlajamaa & Berg 2012, 11.) Metsän ja luonnonympäristöjen ollessa osa keskeistä oppimisympäristöä, on todennäköistä, että oppilaille kehittyy ymmärrys luonnonkauneudesta ja esim. metsän sisäisestä arvosta. Tällöin luonto itsessään koetaan arvokkaaksi pelkkien välineellisten, luonnon hyödyntämiseen perustuvien, arvojen sijaan. (Paalasmaa 2014, 150.)

Opettaja voi kokea haasteelliseksi lähteä yksin ulos luokkansa kanssa oppituntia pitämään. Suuret ryhmäkoot, erityisoppilaiden mukanaolo sekä oppilaiden tottumattomuus ulkona työskentelyyn saattavat lisätä haasteita. Opetus ryhmän kuin ryhmän kanssa ulkona on kuitenkin mahdollista saada sujumaan, jos vain pelisäännöt tehdään hyvin selväksi ennen opetusta ja sen aikana. Ulkona opetuksesta hyötyvät etenkin temperamentiltaan vilkkaat ja energiset lapset. Heille oppiminen on usein helpompaa ja mielekkäämpää ulkona, missä he pääsevät välillä purkamaan energiaansa esim. juosten. Oppilaat, joilla on vaikeuksia luokassa keskittyä abstraktien tehtävien tekemiseen, saattavat ulkona kokea onnistumisen kokemuksia päästessään toimimaan konkreettisesti. Ulkona työskentelyn synnyttämä innostuneisuus ja positiivinen asenne oppimista kohtaan saattaa helpottaa oppimista jatkossa myös luokkatiloissa. (Laine 2009, 2.)

5.1. Perusopetuksen opetussuunnitelman mukainen opetus

Perusopetuksen opetussuunnitelmasta on löydettävissä useita seikkoja, joiden avulla voidaan perustella luonnossa tapahtuvan matematiikan yhteistoiminnallisen oppimisen tarjoavan erinomaisen tavan toteuttaa perusopetuksen opetussuunnitelmaa. Perusopetuksen opetussuunnitelman oppimiskäsityksen mukaan oppiminen on seurausta oppilaan aktiivisesta ja tavoitteellisesta toiminnasta ja sisältää itsenäistä tai yhteistä ongelmanratkaisua. Oppiminen on tilannesidonnaista, minkä vuoksi oppimisympäristön monipuolisuuteen on kiinnitettävä erityistä huomiota.

Oppimisympäristön tulee myös edistää oppilaiden keskinäistä vuoropuhelua ja ohjata työskentelemään ryhmän jäsenenä. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 7–8.)

Ulkona luonnossa tapahtuvan matematiikan yhteistoiminnallisen oppimisen kautta on mahdollista toteuttaa perusopetuksen opetussuunnitelman (2004, 151) mukaista matematiikan opetusta, jonka mukaan opetuksen tulee tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen sekä matemaattisten käsitteiden oppimiseen. Opetuksen tulee kehittää oppilaiden luovaa ajattelua ja ohjata oppilasta löytämään ongelmia sekä etsimään ratkaisuja niihin. Konkreettisuus on tärkeä apuväline yhdistettäessä oppilaiden kokemuksia ja ajattelujärjestelmiä matematiikan abstraktiin järjestelmään.

Vuosiluokilla 1–2 perusopetuksen opetussuunnitelman mukaan matematiikan opetuksessa käsitteiden ja rakenteiden muodostamisen pohjaksi tulee hankkia kokemuksia. Tavoitteena on myös saada iloa ja tyydytystä ongelmien ymmärtämisestä ja ratkaisemisesta. Lisäksi pyritään siihen, että oppilaat saavat monipuolisia kokemuksia eri tavoista esittää matemaattisia käsitteitä: puhutun ja kirjoitetun kielen, välineiden sekä symbolien avulla sekä oppivat perustelemaan päätelmiään konkreettisilla välineillä, kuvin, kirjallisesti tai suullisesti. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 151.)

Yhteistoiminnallisessa oppimistapahtumassa kehittyvät oppilaiden vuorovaikutustaidot, kieli ja ajattelu. Oppilaat keskustelevalt keskenään, pohtivat ongelmia ja käsitteitä sekä antavat niille merkityksiä. (Järvinen 2002, 261.) Yhteistoiminnallisen matematiikan opetuksen on havaittu tuottavan vähintään samanlaisen tiedollisen oppimisen tason perinteisempiin opetusmenetelmiin verrattuna. Yhteistoiminnallisen oppimisen avulla on lisäksi mahdollista, perinteisiä opettajajohtoisia opetusmenetelmiä tehokkaammin, vaikuttaa oppilaiden positiivisiin asenteisiin matematiikkaa kohtaan, luoda uskoa heidän kykyihinsä suoriutua matemaattisista tehtävistä sekä kehittää ongelmanratkaisutaitoja. (Salhberg & Berry 2002, 183.)

Ulkona luonnossa tapahtuva yhteistoiminnallinen työskentelyn avulla voidaan opetukseen integroida matematiikan oppimistavoitteiden lisäksi myös muiden oppiaineiden tavoitteita ja sisältöjä. Äidinkielen vuosiluokkien 1–2 opetuksen tavoitteena on oppia kertomaan omia tietojaan, kokemuksiaan, ajatuksiaan ja mielipiteitään sekä reagoida keskustelussa kuulemaansa omilla ajatuksillaan ja kysymyksillään. Vuosiluokkien 1–4 ympäristö- ja luonnontiedon opetuksessa pyrkimyksenä on, että kokemuksellisen ja elämyksellisen opetuksen avulla oppilaalle kehittyy myönteinen ympäristö- ja luontosuhde. Tavoitteena on myös oppia tuntemaan lähiseudun luontoa ja rakennettua ympäristöä. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 25, 116, 156–157.)

Vuosiluokkien 1 - 4 liikunnan opetuksen tavoitteena on, että oppilas oppii monipuolisesti motorisia perustaitoja sekä hyvinvointia edistäviä ja turvallisia liikuntatapoja. Opetuksen sisältöihin

kuuluu luontoliikuntaa ja liikunnallisia leikkejä. Kuvataiteen opetuksessa vuosiluokilla 1–4 tavoitteena on oppia havaintojen tekoa, mielikuvituksen prosessointia, kuvittelun, keksimisen ja luovan ongelmanratkaisun sekä kuvan tekemisen ja tilan rakentamisen taitoja. Lisäksi eri oppiaineisiin sisällytettävän Ihmisenä kasvaminen -aihekokonaisuuden tavoitteena on mm. oppia tunnistamaan oma oppimistyylinsä ja kehittämään itseään oppijana sekä toimimaan ryhmän ja yhteisön jäsenenä. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 17, 164.)

6 TUTKIMUKSEN KULKU

Tutkimuksen tarkoituksena on tutkijan koulun piha-alueella suorittaman yhteistoiminnalliseen matematiikan oppimiseen perustuvan opetuskokeilun pohjalta tarkastella oppilaiden toimintaa ryhmässä sekä erilaisia tapoja kielentää matemaattista ajatteluaan. Tavoitteena on tuoda myös oppilaiden oma ääni kuuluviin ja kertoa, millaisia ajatuksia ja kokemuksia heillä itsellään on matematiikan yhteistoiminnallisesta oppimisesta ulkona luonnossa.

6.1. Tutkimuskysymykset

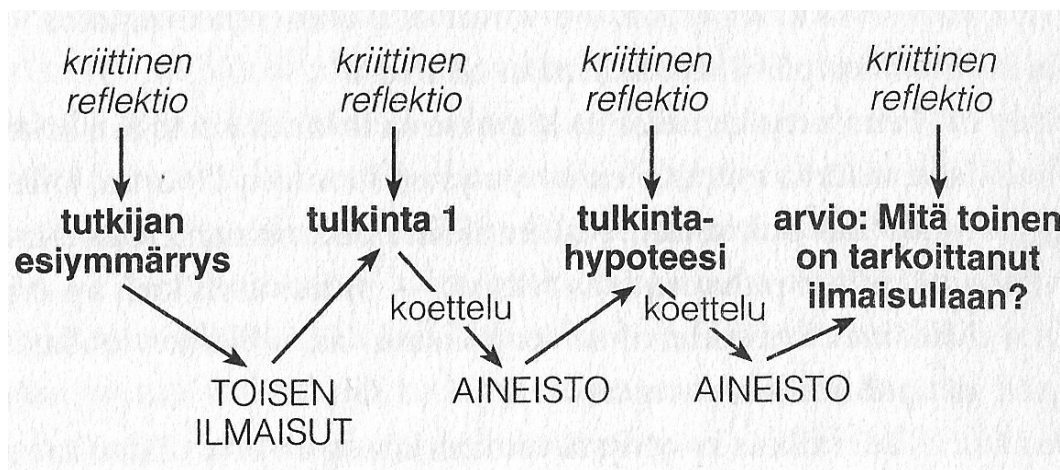
1. Millaista vuorovaikutusta oppilaiden kesken esiintyy matematiikan yhteistoiminnallisen oppimisen aikana?
2. Millä tavoin oppilaat kielentävät matemaattista ajatteluaan, ja mitä se kertoo heidän matemaattisesta ajattelustaan?
3. Millaisia ajatuksia ja kokemuksia oppilailla itsellään on matematiikan yhteistoiminnallisesta oppimisesta ulkona?

6.2. Hermeneuttis-fenomenologinen tutkimusote

Filosofisista aatesuuntauksista ihmistieteellinen metodologia voidaan liittää hermeneutiikkaan, joka on laaja, useita suuntauksia sisältävä kokonaisuus. *Fenomenologis-hermeneuttinen perinne* kuuluu osana laajempaan hermeneuttiseen perinteeseen. Fenomenologisen tutkimuksen kohteena on *kokemusten* tutkiminen. Kaikki kokemukset myös merkitsevät ihmisille jotakin ja muotoutuvat merkitysten mukaan. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 34.) Kokemus voidaan laajasti käsittää ihmisen kokemuksellisenä suhteena omaan todellisuuteensa eli maailmaan, jossa ihminen elää. Eläminen on kehoallista toimintaa ja havainnointia. Kokemus syntyy vuorovaikutuksessa todellisuuden kanssa. Kokemukset voivat ilmentää suhdetta toisiin ihmisiin, kulttuuriin ja luontoon. Jotta voimme

ymmärtää, miksi joku ihminen toimii tietyllä tavalla, on meidän saatava selville *merkitykset* hänen toimintansa takana. Kokemus siis muotoutuu merkitysten mukaan. Fenomenologinen tutkimus pyrkii selvittämään ihmisten eri asioille antamia merkityksiä. (Laine 2001, 26–27.)

Hermeneuttinen ulottuvuus tulee fenomenologiseen tutkimukseen mukaan tutkijan tulkinnan myötä. *Hermeneutiikalla* tarkoitetaan tällöin yleisesti ymmärtämisen ja tulkinnan teoriaa, jossa yritetään etsiä tulkinnalle mahdollisia sääntöjä. Jokaisessa tutkimuksen vaiheessa tutkija kohtaa *hermeneuttisen kehän*, millä tarkoitetaan tutkimuksellista dialogia tutkimusaineiston kanssa. Kehätien alussa, jo aineistoa hankittaessa, tutkija tekee välittömiä tulkintoja. Tästä välittömyydestä pyritään pois kriittisen ja reflektiivisen asenteen avulla. Omaan tulkintaan otetaan etäisyyttä. Tämän jälkeen mennään taas aineiston pariin ja yritetään nähdä uusin silmin, mitä toinen ilmaisullaan on tarkoittanut. Aineistosta voi kriittisen etäisyyden jälkeen nousta esiin asioita, joita ei aluksi huomannut tai jotka tuntuivat epäolennaisilta, koska ne eivät liittyneet tutkijan välittömään tulkintaan. Tutkija luo toisella tulkintakerralla tulkintahypoteesin, jota vielä koettelee ja arvioi. Kehäliikkeen tavoitteena on löytää todennäköisin ja uskottavin tulkinta siitä, mitä tutkittava on tarkoittanut. (Laine 2001, 29–35.)



KUVIO 3. Hermeneuttinen kehä. (Laine 2001, 35.)

6.3. Aineiston keruu

Keräsin tutkimuksen aineiston 3.- 7.3.2014 toteutetun ulkona oppimisen teemaviikon yhteydessä tamperelaisen alakoulun 2. luokalla. Toteutin luokan kanssa teemaviikon, jonka aikana opetin kaikki matematiikan, ympäristötiedon ja liikunnan tunnit ulkona koulun piha-alueella. Koulun pihassa on myös metsäalueita, joilta löytyy puita, pensaita, kiviä ja kalliota. Teemaviikolla kuvitteellinen henkilö Mauno Menninkäinen lähetti oppilaille kirjeitä, joissa oli ohjeita tehtävien tekoon sekä palautetta

aiemmin tehdyistä tehtävistä. Viikon lopuksi Mauno palkitsi oppilaat hyvin sujuneista tehtävistä. Viikon lopuksi oppilaat saivat etsiä Maunon piilottaman aarteen. Ennen teemaviikkoa olin suorittanut myös opetusharjoittelujakson saman luokan kanssa. Oppilaat ja luokan toimintatavat olivat minulle siis entuudestaan tuttuja, mikä helpotti luottamuksellisen suhteen saavuttamista tutkimuksen kohteina oleviin oppilaisiin. Luokkaan kuului 16 oppilasta: seitsemän poikaa ja yhdeksän tyttöä.

Ruotsin luontokouluissa on jo vuosien ajan opetettu matematiikkaa ulkona. Luontokoulujen opettajat ovat tottuneita opettamaan ulkona ja löytämään uusia toimintamuotoja joskus haasteellisessakin oppimisympäristössä. Luontokoulujen opettajien aloitteesta matematiikan opetuksesta ulkona innostuttiin Ruotsissa laajemminkin. Ruotsalaiset luontokoulujen opettajat ovat myös koonneet matematiikan opetukseen sopivia harjoitteita ”Ulkona luonnossa -matematiikkaa” -nimiseksi kirjaksi. ”Matematiikkaa ulkona luonnossa” -hankkeen opetusmateriaalit perustuvat edellä mainitussa kirjassa julkaistuihin harjoitteisiin. (Laine 2009, 1.) Hanke toteutettiin vuosina 2008–2010 Hämeenlinnan ja Hyvinkään kaupunkien, Lasten ja nuorten kulttuurikeskus Arxin sekä Luontokoulu Pikkutikan yhteistyönä.

Itse hyödynsin teemaviikon opetuksessani sekä aineiston keruussani ”Matematiikkaa ulkona luonnossa” -hankkeen opetusmateriaalia. Teemaviikon matematiikan tuntien sisällöiksi valitsin yhteistyössä luokan opettajan kanssa lukujonotaidot, kertolaskut ja mittaamisen. Näistä lukujonot ja kertolaskut (2:n, 3:n, 4:n ja 5:n kertotaulut) olivat oppilaille tuttuja sisältöjä. Mittaaminen kuului heidän opetusohjelmaansa myöhemmin kevään aikaan. Varsinaista aineistonkeruuta varten valitsin tehtävän, jossa oppilaat kolmen hengen ryhmissä keksivät kertolaskutarinan antamani laskutoimituksen pohjalta. Oppilaat myös kuvittivat satunsa luonnonmateriaaleilla vahakangasliinan päälle. Videoin pienryhmätilanteet myöhemmin tapahtuvaa havainnointia ja analyysia varten.

Luokan 16 oppilaasta 14 osallistui tutkimukseen kahden oppilaan ollessa poissa koulusta aineistonkeruun aikana. Jaoin 14 oppilasta viiteen ryhmään, joista neljässä oli kolme ja yhdessä ryhmässä kaksi oppilasta. Sain videoaineistoa neljän ryhmän työskentelystä. Viidennen ryhmän kohdalla kamerastani loppui akku, jolloin kirjoitin havaintojani muistiin paperille. Viidennen ryhmän työskentelystä en pystynyt kuitenkaan tekemään yhtä kattavasti havaintoja kuin videoille tallentuneista ryhmätilanteista. Videon avulla minun oli mahdollista tehdä tarkkoja havaintoja ja tarkkailla myös omaa toimintaani. Viidennen ryhmän työskentelystä kirjoitin opetustilanteen aikana muistiin sen, minkä tulkitsin sillä hetkellä olennaiseksi tiedoksi.

Pyrin muodostamaan oppilaista heterogeenisiä ryhmiä, joissa oppilaiden matemaattinen osaamistaso olisi vaihteleva. Käsitykseni oppilaiden matemaattisesta osaamisesta olin muodostanut opetusharjoittelujaksonei aikana havainnoidessani oppilaiden työskentelyä matematiikan tuntien aikana. Kuusi tutkimukseen osallistuneista oppilaista oli maahanmuuttajataustaisia. Kaikkien heidän

suomen kielen taitonsa oli kuitenkin havaintojeni mukaan riittävän hyvä tehtävästä suoriutumisesta. Tästä syystä en huomioinut oppilaan äidinkieltä erikseen ryhmiä muodostaessani.

Tavoitteenani oli kuitenkin, että ryhmien jäsenet toimisivat mahdollisimman hyvin yhteistyössä toistensa kanssa. Tähän tavoitteeseen pyrin laittamalla mm. rohkeampia ja äänekkäämpiä oppilaita samaan ryhmään toistensa kanssa. Tarkoitukseni oli, että kaikki oppilaat rohkaistuisivat osallistumaan ryhmän työskentelyyn. Ajattelin, että rauhallisten ja arempien oppilaiden ollessa yhdessä, hekin ehkä löytäisivät itselleen tilaa ja rohkeutta olla aktiivisia. Tytöt ja pojat työskentelivät sekaryhmissä rauhallisten tyttöjen ryhmää lukuun ottamatta. Videoidun opetustilanteen lisäksi haastattelin yksilöllisesti 12 tutkimukseen osallistuneista oppilaista. Yksi oppilas kieltäytyi haastattelusta, ja yksi oli poissa koulusta haastattelupäivänä.

Oppilaiden tehtävänä oli siis ryhmissä keksiä kertolaskusatu ja kuvittaa se ympäristöstä löytyvillä luonnonmateriaaleilla vahakangasliinan päälle. Kerroin oppilaille ensin seuraavanlaisen esimerkkisadun laskusta $4 * 2$:

”Karhuperhe: isä, äiti ja kaksi lasta, olivat juuri heränneet talviuniltaan ja lähtivät etsimään ruokaa. He löysivät käyttämättä jääneen talvivaraston, jossa oli jokaiselle karhulle kaksi hunajapurkkia.”

Kuvitin tarinaa kertoessani tarinaa samalla luonnonmateriaaleilla vahakangasliinan päälle. Kuvassani kävyt esittivät karhuja ja havunneulaset hunajapurkkeja. Asettelin kunkin kävyn viereen kaksi havunneulasta. Tämän jälkeen näytin oppilaille paperille kirjoitetun laskun ” $3 * 4$ ” ja kerroin, että heidän tehtävänä on muodostaa kertolaskusatu tästä laskusta sekä kuvittaa se luonnonmateriaaleja käyttäen. Oppilaiden saatua satunsa ja kuvituksensa valmiiksi annoin heille vielä lisäohjeen. Näytin toista paperia, mihin oli kirjoitettu ” $3 * 4 + 2$ ”. Kysyin, oppilailta, miten tarina sitten jatkuisi. Heidän tehtävänä oli keksiä tarinalle jatkoa laskua vastaavalla tavalla. Jatkokysymykseen en ollut tarkoituksella itse näyttänyt esimerkkiä, jottei esimerkkinä ohjaisi liian hallitsevasti oppilaiden työskentelyä.

Tarkoitukseni oli testata oppilaiden matemaattisen ajattelun tasoa ja tuoda esiin heidän erilaisia ajattelutapojaan. Samasta syystä myös ohjaukseni tehtävän aikana oli esimerkkisadun lisäksi rajoittunutta. Olin tehnyt etukäteen valinnan, etten halua johdatella oppilaiden ajattelua ns. oikeaan suuntaan, vaan saada selville, miten he itse kertolaskun käsitteen ymmärtävät. Jos toimisimme tavallisessa opetustilanteessa luokan kanssa, ohjaisin oppilaita aineistonkeruutilannetta paljon enemmän. Tutkimustilanteessa suljin oppilaiden matemaattisen ajattelun ohjaamisen ja kehittämisen kuitenkin toimintani ulkopuolelle. Näin pystyin saamaan mahdollisimman autenttista tietoa

oppilaiden ajattelusta sen sijaan, että olisin oman toimintani kautta johdatellut ja kehittänyt heidän ajatteluaan.

Havainnointi on perusteltu tiedonhankkimismenetelmä, jos tutkittavasta ilmiöstä tiedetään hyvin vähän tai ei laisinkaan. Tällöin esim. teemahaastattelun teemojen luominen olisi vaikeaa ilman havainnoimalla saatuja tietoja. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 83.) Havainnointi voi myös kytkeä paremmin muita aineistonkeruumenetelmiä tietoon. Esim. havainnoimalla ja haastattelujen avulla saadut aineistot voivat tukea toisiaan, ja asiat voidaan havainnoinnin avulla nähdä oikeissa asiayhteyksissään. Haastattelu saattaa selventää havainnoitua käyttäytymistä. Toisaalta haastattelu saattaa tuoda esiin johonkin asiaan liittyviä normeja, ja havainnointi voi paljastaa käyttäytymisen ja haastatteluvastausten välisen ristiriidan. Ihmisillä on taipumus vastata haastattelijalle niin, kuin he olettavat haastattelijan haluavan heidän vastaavan. (Grönfors 2001, 155.)

Osallistuva havainnointi on aineiston keruutapa, jossa tutkija jollakin tavalla osallistuu tutkimansa yhteisön toimintaan. Tutkija tallentaa ja analysoi keräämänsä tiedot systemaattisesti. Tutkijan tulee pyrkiä vaikuttamaan mahdollisimman vähän tutkimiensa tapahtumien kulkuun. Tutkijan ennakko-odotukset ja aiemmat kokemukset kuitenkin suuntaavat havainnointia muiden asioiden ehkä jäädessä huomaamatta. Tutkijalta saattaa jäädä huomaamatta merkityksellisiäkin asioita. Myös muut, esim. tutkijan mielialaan tai aktiivisuustasoon, vaikuttavat tekijät ohjaavat havainnointia. Havainnointi on siis hyvin subjektiivista, inhimillistä toimintaa. Kaksi tutkijaa saattaa kiinnittää huomionsa hyvinkin erilaisiin asioihin. Subjektiivisuus voidaan nähdä myös rikkautena, joka kuvaa myös arkielämässä esiintyvää erilaisten tulkintojen runsautta. (Eskola & Suoranta 2005, 98–100, 102.) Käytän tutkimusmenetelmänä osallistuvaa havainnointia. Olen itse aktiivisesti läsnä videokuvatuissa opetustilanteissa. Ohjaan oppilaiden toimintaa antamani harkittujen ohjeiden kautta.

Haastattelin 12 tutkimukseen osallistuneista oppilaista yksilöllisesti. Haastattelu edellyttää oppilaan huoltajien lisäksi oppilaan omaa suostumusta haastatteluun. Oppilaalla on myös oikeus keskeyttää haastattelu niin halutessaan. (Turtiainen 2001, 54.) Tavoitteenani oli saada havaintojeni lisäksi oppilaiden oma ääni kuuluviin. Minua kiinnosti, mitä he itse ajattelevat matematiikan yhteistoiminnallisesta oppimisesta ulkona luonnossa. YK:n lapsen oikeuksien sopimuksen (1989) 12 artiklan mukaan lapsella on oikeus ilmaista näkemyksensä, ja nämä näkemykset on otettava huomioon lapsen iän ja kehitystason mukaisesti. Onko vanhemmilla ja opettajilla kuitenkaan aikaa kuunnella lapsia? Lasten jokapäiväinen kuuleminen on ensisijaista, mutta myös haastattelujen avulla voidaan kuulla lapsia ja heidän ajatuksiaan. Ulkopuolinen haastattelija saattaa saada selville myös sellaista, mitä lapset eivät opettajalle kertoisi. (Turtiainen 2001, 56–58.)

Haastattelun tarkoituksena on tietää jotakin ihmisestä, esim. mitä hän ajattelee ja millaisia motiiveja hänellä on. Haastattelu on vuorovaikutusta, jossa sekä haastattelija että haastateltava

vaikuttavat toisiinsa. Haastattelutilanteeseen vaikuttavat myös fyysiset, sosiaaliset ja kommunikaatioon liittyvät tekijät. Luottamus on tutkimushaastattelussa hyvin tärkeää. Haastatteli on osa vuorovaikutusprosessia. Hyvä, myötäelävä haastatteli saavuttaa parhaimmillaan haastateltavan luottamuksen niin, että haastateltava uskaltaa kertoa hänelle henkilökohtaisia ajatuksiaan ja tunteuksiaan. (Eskola & Suoranta 2005, 85–86, 93.) Luottamuksellinen suhde, jonka syntyminen usein vaatii aikaa ja tutustumista, on onnistuneen haastattelun edellytys (Ritala-Koskinen 2001, 152–154.)

Haastattelun etuna on sen joustavuus. Haastatteli voi tarvittaessa toistaa kysymyksen, selventää ilmausten sanamuotoa, oikaista väärinkäsityksiä ja syventää keskustelua. Haastatteluun voidaan valita henkilöt, joilla on kokemusta tutkittavasta ilmiöstä. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 73–74.) Haastatteluni olivat puolistrukturoituja. *Puolistrukturoidussa haastattelussa* kysymykset on ennalta laadittu ja ne ovat kaikille haastateltaville samat. Valmiita vastausvaihtoehtoja ei kuitenkaan ole, toisin kuin *strukturoiduissa haastatteluissa*, vaan haastateltavat saavat vastata omin sanoin. (Eskola & Suoranta 2005, 86.) (Eskola & Suoranta 2005, 93.)

Triangulaatio tarkoittaa erilaisten aineistojen, teorioiden, menetelmien ja/ tai tutkijoiden käyttöä samassa tutkimuksessa. Triangulaatio sanana tarkoittaa kolmiomittausta eli eri pisteistä tapahtuvaa mittaamista. Triangulaation käyttö on perusteltua, sillä yksittäisellä tutkimusmenetelmällä on hankalaa saada kattavaa kuvaa tutkimuskohteesta. Tarkastelemalla tutkimuskohdetta useista eri näkökulmista on mahdollista korjata yhden näkökulman aiheuttamaa luotettavuusvirhettä. (Eskola & Suoranta 2005, 68.) *Aineistotriangulaatio* tarkoittaa sitä, että erilaisia aineistoja, esim. haastatteluja ja kuvanauhoituksia, yhdistellään samassa tutkimuksessa keskenään. Olen tutkimuksessani yhdistänyt kaksi aineistonkeruumenetelmää: havainnoinnin ja haastattelun. *Teoriatrangulaatiossa* tutkimusaineistoa tulkitaan erilaisten teorioiden avulla, esim. ihmisen toimintaa voidaan tulkita humanistisen tai psykoanalyttisen teorian käsitteiden kautta. (Eskola & Suoranta 2005, 69.) Aineiston analyysissä hyödynnän erilaisia aiempia tutkimustuloksia ja teorioita.

6.4. Aineiston analyysi

Aineiston analyysimenetelmänä käytän *sisällönanalyysia*, mikä tarkoittaa kirjoitettujen, kuultujen tai nähtyjen dokumenttien analyysia. Dokumentit voivat olla esim. kirjoja, artikkeleja, kirjeitä, haastatteluja, puhetta tai keskustelua. Sisällönanalyysin tavoitteena on löytää tekstissä esiintyviä merkityksiä ja nostaa esiin inhimillisiä kokemuksia, ei niinkään objektiivista totuutta. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 91, 103–104.)

On tavallista, että aineistosta löytyy useita kiinnostavia asioita, joita tutkija ei ehkä osannut etukäteen edes ajatella. Tutkijan on kuitenkin kyettävä keskittymään vain tutkimuksen kannalta olennaisiin seikkoihin ja jätettävä muut esiin nousseet asiat seuraavia tutkimuksia varten. Sisällönanalyysin ensimmäisessä vaiheessa tulee valita aineistosta tarkkaan rajattu ilmiö, josta tulee kirjoittaa kaikki tiedot, mitä on löydettävissä. *Aineiston rajausta* ohjaavat tutkimuksen tarkoitus ja tutkimukselle asetetut tutkimusongelmat. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 92.) Tutkija tekee valintoja. Esim. haastattelua ei esitetä kuvauksessa kokonaisuudessaan, vaan tutkijan on kyettävä näkemään, mikä aineistossa kuuluu tutkimuksen piiriin ja mikä ei ole tämän tutkimuksen kannalta olennaista. (Laine 2001, 38.)

Sisällönanalyysin toinen vaihe on aineiston *litterointi* tai *koodaaminen*. Koodaaminen voi tapahtua tutkijan parhaaksi katsomalla tavalla niin, että koodimerkit tukevat aineiston jäsentelyä. Koodimerkkien avulla voidaan esim. löytää tekstistä eri kohtia. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 92.) Fenomenologisessa tutkimuksessa tutkimusaineiston ensimmäisen työstövaiheen pyritään *kuvaukseen* siitä, mitä aineistossa on sanottu. Kuvaus tehdään kielellä, joka myötäilee tutkittavien puhetta mahdollisimman tarkasti. Suoria lainauksia voidaan myös käyttää. Tässä vaiheessa tulee välttää tutkittavien puheen muuntamista yleistävämmiksi käsitteiksi. Näin taataan se, ettei yksittäisiä merkityksiä katoa ja tuleva analyysi jää löyhäksi. (Laine 2001, 38.)

Aineiston moninaisuudesta ja hajanaisuudesta pyritään tuomaan esiin merkitysten muodostamia kokonaisuuksia. Kokonaisilmiö hahmottuu selkeämmin, jos pystymme järjestämään merkitykset kokonaisuuksiksi eli kokonaisilmiön osakokonaisuuksiksi. Merkityskokonaisuudet järjestyvät myös tutkimuskysymysten avulla. Jokainen ilmiö jaetaan pienempiin kokonaisuuksiin, joita tarkastellaan eri näkökulmista. Tutkimustehtävä määrittää sen, mitkä merkitykset ja merkityskokonaisuudet ovat kyseisessä tutkimuksessa olennaisia. (Laine 2001, 39 - 40.)

Analyysin kolmas vaihe on aineiston jäsentäminen luokittelun, teemoittelun tai tyypittelyn avulla. *Luokittelussa* aineistosta määritellään luokkia ja lasketaan, montako kertaa kukin luokka esiintyy aineistossa. Luokittelu voidaan esittää taulukon keinoin. Luokittelu on siis oikeastaan kvantitatiivista analyysia. *Teemoittelu* on luokittelun kaltaista, mutta siinä keskitytään teemojen sisältöön määrällisen esiintyvyyden sijaan. Aineistosta etsitään tiettyä teemaa kuvaavia näkemyksiä. Ennen varsinaisten teemojen etsimistä aineisto voidaan ryhmitellä, esim. vastaajien iän tai sukupuolen mukaan. Alustava ryhmittely saattaa helpottaa teemojen löytymistä. Aineisto siis ryhmitellään erilaisten aihepiirien mukaisesti ja vertaillaan tiettyjen teemojen esiintymistä aineistossa. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 93.) Hyödynsin luokittelua haastatteluvastausten analyysissa. Teemoittelua puolestaan käytin analysoidessani videokuvamateriaalia opetustilanteesta.

Analyysin viimeinen vaihe on raportoida *yhteenvedo* analyysin tuloksista (Tuomi & Sarajärvi 2009, 93). Yhteenvedon eli *synteesin* tarkoituksena on tuoda erillään tarkastellut merkityskokonaisuudet yhteen ja luoda kokonaiskuva tutkittavasta ilmiöstä. Merkityskokonaisuuksilla on suhde toisiinsa merkitysten kokonaisverkossa. Jokin merkityskokonaisuus saattaa olla ratkaisevassa asemassa, ja muut kokonaisuudet jäädä sen alaisuuteen. Näiden suhteiden selvittäminen antaa lopullisen kuvan tutkittavasta ilmiöstä. (Laine 2001, 41.)

Aineiston analyysini on teoriaohjaava. *Teoriaohjaavassa analyysissa* on teoreettisia kytkeitä, mutta ne eivät pohjaudu suoraan teoriaan tai sitten teoria toimii apuna analyysin etenemisessä. Teoriaohjaavassa analyysissa analyysiyksiköt valitaan aineistosta, mutta aikaisempi tieto ohjaa ja auttaa analyysia. Tarkoituksena ei kuitenkaan ole testata aiempia teorioita. Aikaisempi tieto voi antaa ajatuksia ja suuntaviivoja analyysin tekoon. Aineistoa voidaan esim. jaotella aiempien teorioiden mukaisesti. Samalla ollaan aineistolähtöisen analyysin tavoin avoimia uusille löydöksille. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 96–97, 117.)

7 TUTKIMUKSEN TULOKSET

Seuraavaksi esittelen sisällönanalyysin avulla aineistosta tekemiäni tulkintoja ja päätelmiä. Tuon esille oppilaiden autenttisen äänen useiden, heidän puheestaan sana sanalta kirjoitettujen, sitaattien avulla. Oppilaiden nimet on tietoturvasyistä muutettu niin, että oppilaan sukupuoli on kuitenkin tunnistettavissa. Oppilaiden luonnonmateriaaleista tekemät kuvitukset olen myöhemmin rekonstruoinut alkuperäisen kuvamateriaalin huonon laadun takia. Yhdistän havaintoni ja tekemäni tulkinnat aiemmin tehtyihin tutkimustuloksiin ja muiden kirjoittajien ajatuksiin.

7.1. Yhteistoiminnallinen työskentely

Vaikka opettaja tekisi kaikkensa muodostaakseen hyvin yhteistyössä toimivat ryhmät, se ei aina riitä. Oppilaiden sosiaalisten taitojen hallinta ja kyky noudattaa sääntöjä voivat muodostua ryhmätyöskentelyn onnistumisen esteeksi. Joku ryhmän jäsenistä saattaa hallita liikaa keskustelua, toiset voivat vetäytyä, oppilaat eivät ehkä kuuntele toisiaan ja puhuvat toistensa päälle tai jotkut ryhmän jäsenistä saattavat liittoutua toisia vastaan. Sosiaalisia taitoja opitaan ryhmätyön sivutuotteena eli kokemuksen kautta. Opettaja voi myös suunnitella tehtäviä, jotka harjaannuttavat sosiaalisia ryhmätyötaitoja. (Saloviita 2006, 63–64.)

7.1.1. Johtajan rooli

Jokaisessa havainnoimassani viidessä ryhmässä yksi oppilas otti johtajan roolin. Toinen ryhmän oppilaista oli neljässä ryhmässä aktiivinen täydentämällä tarinankerrontaa ja hakemalla materiaaleja kuvan rakentamista varten. Ryhmien kolmas jäsen jäi ulkopuoliseksi, eikä päässyt täysivaltaisesti osallistumaan ryhmän toimintaan. Kahden oppilaan ryhmässä 4 valikoitui kolmen oppilaan ryhmien tapaan oppilas, joka toimi johtajan roolissa tehden suurimman osan työskentelyn etenemistä koskevista päätöksistä. Ryhmässä 4 johtajan roolin otti Jaana. Lars oli hyvin mukana tehtävässä, mutta ei oikein yltänyt tasavertaiseen vuorovaikutukseen ja yhteistyöhön Jaanan kanssa. Osittain

tähän saattoi vaikuttaa myös Larsin Jaanaa heikompi suomen kielen taito. Lars kuitenkin täydensi Jaanan ajatuksia ja rakensi kuvitusta alustalle Jaanan kertomuksen mukaan. Lars oli kiinnostunut tehtävästä ja uppoutui sen tekemiseen, vaikka Jaana dominoikin vuorovaikutusta.

Lars: ”Yks pommi tässä.”

Jaana: ”Ei mitään pommeja. Me tarvitaan lunta.”

Lars: ”Ei tarvi jäätä.”

Jaana: ”Se voi olla jäätä.”

(Jaana lähtee hakemaan jään palasia.)

Lars: ”Oi Jaana, se menee rikki, jää!”

Jaana: ”Mitä nää vois olla jotain ilveksen ruokia? Mitä ilves syö, ope?”

Opettaja: ”Emmä tiä tarkkaan. Söiskö se... se syö varmaan jotain eläimiäkin, saalistaa... hiiriä.”

Jaana: ”Pitää olla neljä hiirtä, mut miten nää jakaa ne?”

Lars: ”Ei...”

Jaana: ”Kolme kertaa neljä.”

Lars: ”Öö, kakstoista.”

Jaana: ”Mutta me tarvitaan joku ihme tekniikka, vai jos ne otetaan niin kun neljä ilvestä ja kolme hiirtä!”

Lars: ”Joo, neljä ilvestä ja kolme hiirtä.”

Ryhmätyö ei siis automaattisesti tuota parempia tuloksia kuin yksilöllinen työskentely. Ryhmä voi olla kykenemätön päätöksentekoon. Ryhmän jäsenten statuserot voivat myös olla korostuneita, jolloin johtajat dominoivat ryhmää. Tällöin sosiaalinen paine saattaa estää ajatusten kriittisen arvioinnin ja väärinkäsitykset voivat saada vallan. Toimiakseen hyvin ryhmätyön on täytettävä tiettyjä ehtoja. Yhteistoiminnalliseen työskentelyyn kannattaa kytkeä myös yksilöllisen oppimisen muotoja. Esim. uuden asian käsittely kannattaa aloittaa opettajan esityksellä tai oppilaiden itsenäisellä perehtymisellä aiheeseen. Oppilaille tulee antaa aikaa järjestää omat ajatuksensa ennen ryhmätyöskentelyvaihetta. (Saloviita 2006, 28–29.)

Ryhmässä 3 yksi oppilaista suoritti tehtävän yksin. Kaksi ryhmän oppilaista oli passiivisia. He kyllä olivat fyysisesti toistensa lähellä ja kokoontuneena alustan ympärille. Vain yksi oppilaista kuitenkin osallistui sadun kehittälemiseen.

Jonna: "Ei tää menee nyt ihan pieleen."

(Jonna laittaa kolme käpyä alustalle.)

Jonna: "Pitääkö meidän niin ku tehdä toi lasku?"

Opettaja: "Joo, mietitte, mikä siinä sadussa olis ne kolme. Kun mulla oli neljä karhua, niin teillä on kolme jotakin. Mitä ne vois olla?"

Jonna: "Kolme saukkoa."

Opettaja: "Ja mitäs sitten tapahtuu?"

Jonna: "Kolme saukkoa lähti etsimään ruokaa."

Niina: "Mää en siis ymmärrä tätä paljoo."

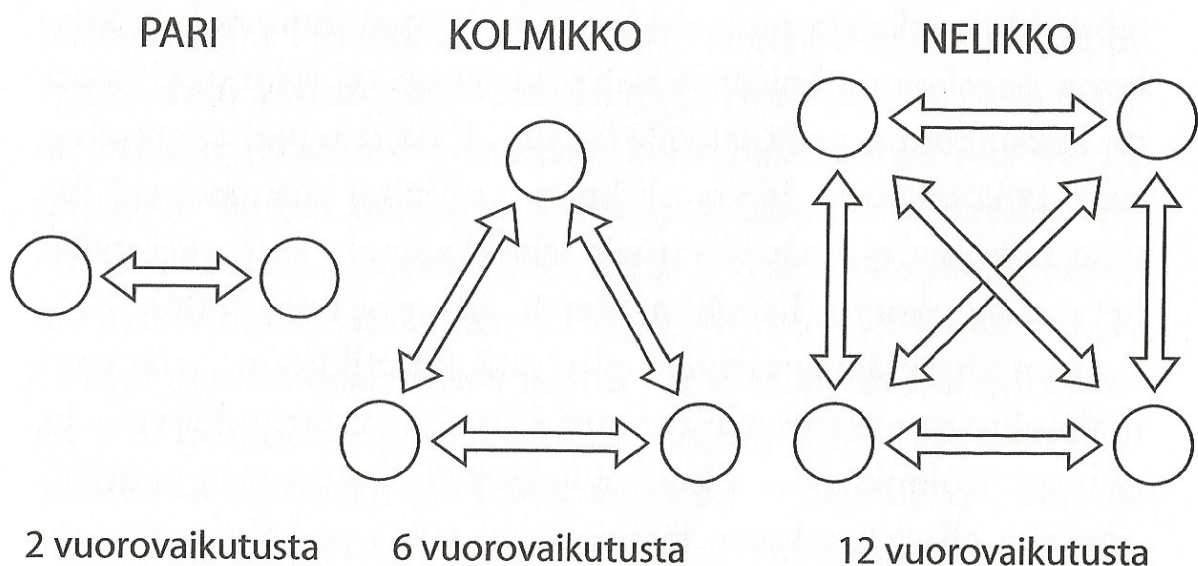
Opettajana ohjasin passiivisia oppilaita häiriköiviä ja levottomia oppilaita selvästi vähemmän. He olivat näennäisesti mukana tehtävän teossa ja kuuntelivat tarkasti, mitä yksi oppilas puhui ja teki. He näyttivät siltä, kuin miettivät itsekin tehtävää, mutta eivät vain uskaltaneet sanoa mitään. Koen passiivisten oppilaiden ohjaamisen haastavana, sillä en halua pakottaa heitä liian painostavasti osallistumaan. Toisaalta he saattaisivat kaivata jonkinlaista tukea, jotta pystyisivät osallistumaan ryhmän toimintaan.

Ryhmätöiden ongelmana on perinteisesti ollut se, että osa ryhmän jäsenistä tekee enemmän töitä toisten luistaessa vastuustaan. Karau ja Williams (1993, 20) ovat kehittäneet ilmiötä koskevan selitysmallin, jonka mukaan ryhmän jäsen ponnistelee tuloksen eteen vähemmän, kun ryhmän koon kasvaessa yksilön osuus lopputuloksesta pienenee ja hänen suhteellinen osuutensa ryhmän saamaan palkkioon pienenee. Vastaavasti ryhmän jäsen ponnistelee tuloksen eteen enemmän, jos hän uskoo, että hänen suorituksensa on ryhmän lopputuloksen kannalta tärkeä ja että hänen yksilöllinen suorituksensa huomataan ja palkitaan.

7.1.2. Ryhmän koko

Kahden oppilaan muodostamassa ryhmässä työskentely oli sujuvampaa kuin kolmen oppilaan ryhmissä, joissa yksi tai kaksi muuta oppilasta olivat joko passiivisia tai häiriköivät ja pelleilivät jollain tapaa. Kahden oppilaan ryhmä tarvitsi opettajan ohjausta selvästi kolmen oppilaan ryhmiä vähemmän. Kahden oppilaan yhteistyö sujui hyvin myös kolmen hengen ryhmän kohdalla, joskin toinen oppilaista toimi johtajana, joka päätti viime kädessä, miten tarinassa edetään. Vain kahden ryhmän kohdalla kaikki kolme oppilasta toimivat rakentavasti yhteistyössä keskenään, ja sekin tapahtui vain pienen hetken ajan.

Ryhmän jäsenten välinen vuorovaikutus kasvaa ryhmäkoon kasvaessa. Kahden hengen ryhmässä mahdollisten vuorovaikutussuhteiden määrä on kaksi eli jäsen A puhuu jäsenelle B tai päinvastoin. Kolmen hengen ryhmässä mahdollisia vuorovaikutussuhteita on kuusi ja neljän hengen ryhmässä kaksitoista. Suurissa ryhmissä mahdollisten vuorovaikutusten määrän kasvu aiheuttaa vaikeuksia ryhmän toiminnalle. Tästä syystä opettajan kannattaa aloittaa helpoimmasta ryhmäkoosta eli kahden oppilaan ryhmästä. Tällöin vuorovaikutus on mahdollisimman yksinkertaista. Oppilaat, joilla ei vielä ole kokemusta ryhmätöistä ja sosiaalisia taitoja suurempia ryhmiä varten, voivat harjoitella ryhmätyön perusasioita parityöskentelyn kautta. (Saloviita 2006, 33.)



KUVIO 4. Ryhmän jäsenten välinen vuorovaikutus lisääntyy ryhmäkoon kasvaessa. (Saloviita 2006, 33.)

Ryhmäkoko vaikuttaa myös oppilaiden aktiivisuuteen. Kahden hengen ryhmästä 50 % oppilaista voi puhua vuorollaan. Kolmen hengen ryhmässä 33 % oppilaista voi olla yhtä aikaa aktiivisia. Aktiivisten oppilaiden osuus laskee ryhmäkoon kasvaessa. Oppilaan on vaikeampi tulla kuulluksi suuressa kuin pienessä ryhmässä, mikä taas saattaa johtaa turhautumiseen ja työrauhaongelmiin. Pienempi ryhmäkoko myös vaikeuttaa vapaamatkustajana toimimista. (Saloviita 2006, 33, 35.)

3–5 hengen ryhmät saattavat kuitenkin ongelmanratkaisua vaativissa tehtävissä tehokkaampia kuin yksintyöskentely tai parityö. Eräässä tutkimuksessa koehenkilöille annettiin tehtäväksi ratkaista numeroiden ja kirjainten muunnoksia koskevia ongelmanratkaisutehtäviä erikokoisissa ryhmäkoonpanoissa sekä yksin. Tehtävistä selvisivät kaikkein parhaiten ryhmät, joissa oli kolme,

neljä tai viisi jäsentä. 3–5 hengen ryhmät olivat siis tehokkaampia kuin yksintyöskentely tai parityö. (Laughlin, Hatch, Silver & Both 2006, 1.)

Parityöskentelystä kolmikkoon siirryttäessä erilaisten näkemysten määrä kasvaa ja ryhmän luovuus lisääntyy. Kolmikossa vaarana on ”kolmannen pyörän” ongelma eli yksi ryhmän jäsen jää toiminnassa ulkopuoliseksi. Oppilaiden riittävät sosiaaliset taidot voivat estää ongelmaa syntymästä. (Saloviita 2006, 34.) Aiempien kokemusten ja tutkimusten perusteella tarkoituksenmukaisin ryhmä koko matematiikan toiminnallisessa opetuksessa on joko kaksi tai kolme oppilasta (Sahlberg & Berry 2002, 177–178.)

Ryhmän 1 kohdalla Annan ja Alexin välinen yhteistyö sujuu Johnin pysytellessä sivummalla.

Anna (nimi muutettu): ”No kun niillä on yksi keppi, jota ne voi käyttää.”

(Anna laittaa alustalle yhden kepin.)

Alex: (nimi muutettu): ”Mites se keppi tähän liittyy?”

Anna: ”No ne on kalastamassa.”

Alex: ”Ai niin joo! Muuten sehän meni hyvin. Näitä on siis niin ku kolme, ja joku niistä on niin nälkäinen, että se haluaa syödä... oota... neljä kalaa.”

(Anna lisää alustalle kolme keppiä.)

Alex: ”Sitten niiden isä, eikun ne kaikki rupee onkimaan. Näin, laitetaas niille onget suuhun niin ne onkii.

(Alex siirtää keppejä.)

Alex: ”Sitten ne saa...”

Anna: ”Kalaa.”

Alex: ”Joo, tarvitaan paljon kalaa, kaloja.”

(Anna laittaa käpyjä kasoiksi alustalle.)

Ryhmässä 2 yhteistyö toimii myös hyvin Kaisan ja Joonaksen kesken. Heikki pysyttelee ulkopuolisena ja katselee toisten toimintaa sivummalla, huutelee sieltä välillä kommentteja ja pelleilee kameralle.

Opettaja: ”Mistä lähete liikkeelle? Voisitte miettiä vaikka, mitä ne kolme olis”.

Kaisa (nimi muutettu): ”Keppejä.”

(Kaisa laittaa samalla kolme keppiä alustalle.)

Joonas (nimi muutettu): "Kolme keppiukkoa, non niin tässä on lapsi ja sitten tässä on..."

Kaisa: "Äiti ja isä."

Joonas: "Ni, tää on isä ja tää on äiti. Kumpi näistä on isi? Okei, tää on isä, kun tää on vähän laihempi ja tää äiti. Onks ne niin pulska vai? He he he."

Heikki (nimi muutettu): "Hä hä, se on vähän läski, läski, läski. Pitää olla pikkusen läski, läski, läski, läski."

Opettaja: "No ni, ja mites sitten se jatkuis? Kattokaa, että mikä se teidän lasku oli."

Heikki: "Mun tekis mieli kattoo kirjasta."

7.1.3. Vapaamatkustajat

Ryhmässä 2 ulkopuoliseksi jäänyt Heikki kertoo, että hänen tekisi mieli katsoa kirjasta vastaus. Hän siis kokee tehtävän vaikeana ja kaipaa oppikirjaa tuekseen. Ehkä hän on tottunut siihen, että vaikean paikan tullen kehoitetaan katsomaan kirjasta ja noudattamaan kirjan esimerkkiä. Heikki luovuttaa ja siirtyy taas kauemmaksi muista. Koulussa opetettu matematiikka ei välttämättä yhdisty matemaattisloogiseen ajatteluun, joka lapselle on kehittynyt konkreettisissa toimintatilanteissa ennen koulun alkua. Koulussa lapsi ehkä pyrkii oppimaan matematiikka pinnallisten strategioiden avulla erillisesti muistettuina tehtävien ja vastausten yhdistelminä ilman, että matemaattinen järjestelmä muodostuu lapsen omassa ajattelussa. Pidemmän päälle pinnallisten oppimisstrategioiden käyttö johtaa lapsen kognitiivisen kapasiteetin ylikuormittumiseen. Matematiikka oppiaineena aiheuttaa erityisen herkästi ahdistuneisuutta, jolloin myös mahdolliset tulevat epäonnistumiset koetaan uhkana. Lapsi saattaakin alkaa keskittyä epäonnistumisen uhan minimointiin tai älyllisestä vastuusta luopumiseen. (Ikäheimo 1995, 27–28.)

Heikki pysyttelee ulkopuolella opettajan osallistumiskehotuksista huolimatta. Heikkiä häiritsee se, että koulun pihalla alkaa liikkua kouluun tulossa olevia oppilaita. Hänen keskittymisensä seuraa enemmän ryhmään kuulumattomien oppilaiden toimintaa kuin sitä, mitä muut ryhmäläiset Kaisa ja Joonas ovat tekemässä. Vapaamatkustusta voidaan vähentää lisäämällä tehtävään *yksilöllinen vastuu*. Tällöin opettaja arvioi erikseen myös jokaisen oppilaan suorituksen, eikä pelkästään ryhmätyöskentelyn yhteistä lopputulosta. (Saloviita 2006, 48–49.)

Jotta ryhmätyön tekijät olisivat sitoutuneita työhön tasapuolisesti, tulee ryhmän jäsenten välille rakentaa riittävän voimakas *positiivinen keskinäisriippuvuus*, jolloin ryhmän jäsenet tarvitsevat toisiaan päämääränsä saavuttamiseen. Tämä johtaa ryhmän jäsenten väliseen

yhteistyöhön, jossa he auttavat toinen toisiaan oppimisessa. (Johnson, Johnson & Holubec 1990, 65–67.) Ryhmäkoolla on myös vaikutusta vapaamatkustuksen ilmenemiseen. Oppilaan on vaikeampi tulla kuulluksi suuressa kuin pienessä ryhmässä, mikä taas saattaa johtaa turhautumiseen ja työrauhaongelmiin. Pienempi ryhmäkoko myös vaikeuttaa vapaamatkustajana toimimista. (Saloviita 2006, 33, 35.)

Positiivisen keskinäisriippuvuuden voi rakentaa eri tavoin, esim. ohjaamalla oppilaiden tehtävässä ottamia rooleja tai luomalla heille yhteisen tavoitteen tai palkinnon. *Positiivinen tavoiteriippuvuus* saavutetaan silloin, kun oppilaat saavuttavat oppimistavoitteensa vain muidenkin ryhmän jäsenten saavuttaessa sen. *Positiivisen palkkioriippuvuuden* vallitessa, ryhmän kaikki jäsenet saavat saman palkinnon saavuttaessaan tavoitteensa. *Positiivinen resurssiriippuvuus* saadaan aikaan, jos yhdellä ryhmän jäsenistä on käytettävissään vain osa ryhmän tarvitsemasta materiaalista. *Positiivinen rooliriippuvuus* taas vallitsee silloin, kun ryhmän jäsenillä on erilaisia rooleja ja kaikkien työpanosta tarvitaan tavoitteen saavuttamiseksi. (Johnson ym. 1990, 70–79.)

Myös kameran läsnäolo tuntui Heikistä tehtävän alusta saakka hieman ahdistavalta. Hän siirtyi heti pois kameran edestä, kun kuuli, että kamera on päällä. Joonas oli myös hieman selin kameraan päin koko ajan, mutta osallistui kuitenkin hyvin tehtävän tekemiseen. Kaisa muisti, että asiasta oli sovittu jo aiemmin kirjallisen tutkimusluvankin kautta. Rauhoittelin heitä kertomalla, ettei videota tule katsomaan kukaan muu itseni lisäksi.

Heikki: ”Mää en halua olla piilokamerassa.”

Joonas: ”En mäkään.”

Kaisa: ”No ihan sama, mehän ollaan tehty ne ihme lippulappuset.”

Heikki: ”Kato, joku juoksee tua taustalla.”

Opettaja: ”Heikki se kuvaa vaan sitä, miten te mietitte sitä tarinaa. Ei siinä oo mistään muusta kyse, eikä kato sitte, emmä näytä sitä kellekään sitte.”

Heikki: ”Tuu kattoon kuvaa!”

(Heikki huutelee kouluun tulossa oleville oppilaille.)

Opettaja: ”Älä älä Heikki, ku sää meet tohon noin, tolle puolelle. Sun täytyy miettiä yhdessä näiden kanssa.”

Sosiaalisia esteitä oppimiselle saattaa aiheuttaa epäonnistumisen pelko. Uusi oppimistilanne, kuten ulkona työskentely havainnoimilleni oppilaille oli, voi vaikuttaa oppilaiden itseluottamukseen ja lisätä ahdistuneisuutta. Toisaalta uusi oppimistilanne saattaa myös innostaa oppilaita. (Gilberton etc 2006, 78.) Toiset oppilaat tuntuivat puolestaan olevan ennemminkin innoissaan kuin kauhuissaan

kameran läsnäolosta. He olisivat varmasti nauttineet siitä, että sadut olisi esitetty kameralle ja että esitykset olisi myöhemmin katsottu yhdessä koko luokan kanssa. Tavallisessa opetustilanteessa tämä varmasti olisikin paikallaan ja tukisi myös oppilaiden oppimista. Luokassa satuja ja niiden sisältämää matemaattista ajattelua voitaisiin vielä käydä läpi tarkemmin. Tutkimustilanteessa, missä oppilaat saivat vain vähän ohjausta tehtävän tekemiseen, en halunnut tuottaa heille lisäpaineita sillä, että videot olisi vielä katsottu myöhemmin yhdessä.

Jaana: "Tää oli vasta valmistusta."

Opettaja: "Haluutteks' te esittää sen vielä?"

Jaana: "Me halutaan esittää se noille."

(Jaana osoittaa kauempana olevia luokan toisia oppilaita.)

Opettaja: "Me ollaan oikeestaan esitetty se vaan kameralle."

7.1.4. Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu

Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu lisää myös ideoiden määrää ja laatua, ideoiden kehittelyä sekä luovien, mielikuvituksellisten ja uudenlaisten ratkaisujen määrää. Yhteistoiminnalliseen ongelmanratkaisuun osallistuneet oppilaat ovat usein myös motivoituneempia työskentelemään kuin perinteisiin ongelmanratkaisutapoihin (yksilölliseen työskentelyyn, väittelyyn tai kompromissihakuisiin keskusteluihin) osallistuneet. Lisäksi yhteistoiminnalliseen ongelmanratkaisuun osallistumisen on havaittu johtavan hyvään tiedolliseen itsetuntoon sekä sosiaalisessa vuorovaikutuksessa syntyvien paineiden sietokykyyn. (Johnson & Johnson 2002, 125–127.)

Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu ei kuitenkaan toimi välttämättä hyödyllisellä tavalla kaikissa olosuhteissa. Aina on mahdollista päätyä sekä rakentavaan että hajottavaan lopputulokseen. Heterogeeniset ryhmät johtavat mahdollisiin ristiriitoihin, jotka ovat yhteistoiminnallisen ongelmanratkaisun edellytys. Ryhmän jäseniltä vaaditaan kuitenkin tiettyjä sosiaalisia- ja ristiriidanhallintataitoja, esim. taitoa nähdä asia monesta eri näkökulmasta omaa kantaa silti hylkäämättä. Ryhmän jäsenet tarvitsevat myös rationaalisten väitteiden esittämiseksi kognitiivisia taitoja, esim. tiedonhankinta ja -jäsenystaitoja sekä päättelytaitoja. (Johnson & Johnson 2002, 131–132.)

Tutkimukseen osallistuneista ryhmistä kahden aktiivisesti yhteistyössä toimineen oppilaan käsitykset erosivat välillä toisistaan. Tällöin oppilaat neuvottelivat ratkaisusta. Kuitenkin johtajan

roolissa toiminut päätti useimmiten, miten edetään. Kaisa otti ryhmässä 2 johtajan roolin. Joonas seuraili Kaisaa, vaikka hänellä itsellään olisi ollut erilainen käsitys asiasta. Kaisa ja Joonas oikeastaan unohtivat itse laskun ja alkoivat vain miettiä, mitä kukin heidän satunsa kolmesta päähenkilöstä (äiti, isä ja lapsi) voisi saada. Heikki luovutti ja siirtyi sivummalle.

Opettaja: "Mitä ne neljä olis?"

Kaisa: "Lapsi saa jonkun yhen lelun?"

Joonas: "Eiku neljä, eks se pitäny silleen tehdä, että kaikille neljä?"

Opettaja: "Hmm."

(Päätin, etten vastaa, vaan annan oppilaiden itse tehdä ratkaisunsa. Ilmeisesti Joonas tulkisti hyminäni kuitenkin myöntäväksi vastaukseksi.)

Joonas: "Ookoo, kaikille neljä."

Kaisa: "Isälle hattu."

Joonas: "Se saa uuden hatun."

Heikki: "Emmä jaksa tehdä."

Kaisa: "Ja pöksyt."

Joonas: "Sitten äiti saa kaks paistinpannua."

Kaisa: "Toi näyttää enemmän kyllä pyssyltä'."

Joonas: "He he, okei äiti saa uuden pistoolin."

Hetken päästä Kaisa ja Joonas jatkoivat sadun kehittelyä. Edelleen Joonas ja Kaisa olivat eri mieltä kertolaskusadun toteuttamisesta. Kaisa toimi kuitenkin ryhmän johtajana, jota Joonas päätyi myötäilemään erilaisista näkemyksistään huolimatta.

Kaisa: "Täss' on joku siili, siili, ja siili."

(Kaisa laittaa alustalle kolme käpyä.)

Joonas: "Sit ne kaikki löytää..."

Kaisa: "Sit ne kaikki löytää..."

Joonas: "Neljä karkkia!"

Kaisa: "Ei kun puskan"

Joonas: "Marjapuskan."

Kaisa: "Joo, yhden puskan."

Joonas: "Ei kun neljä puskaa."

Kaisa: "Okei, kaikki löytää neljä puskaa. Täll' on kolme puskaa siinä, bää bää bää, ja tääl on..."

Joonas: "No ni, täss' on yks puska vielä, ja kaikki löytää kolme puskaa."

Kaisa: "Ei ku kolme. Kaikki löytää kolme."

(Joonas ja Kaisa ovat kertoessaan asetelleet alustalle kolme käpyä ja kolme keppiä.)

Joonas: "No voiks sen tehdä näin?" (Joonas kysyy opettajalta.)

Opettaja: "No mää en oikeestaan kerro nyt ihan sillain tavallaan oikeeta vastausta. Saatte miettiä, miten ihan nyt ite tekisitte sen. Kattokaa viä se lasku, mikä se oli?"

Kaisa: "Neljä kertaa kolme. Sitten ne löytää viä jonkun ihmeellisen kepin ja sitten kävyn."

Opettaja voi helpottaa oppilaiden ongelmanratkaisuprosessia esim. antamalla ryhmän jäsenille valmiiksi kannat, joita heidän tulee puolustaa sekä oheismateriaalia kantaa tukevien väitteiden etsimiseen. Opettajan on mahdollista myös ohjata oppilaiden keskustelua, auttaa oppilaita havainnoimaan ja arvioimaan eri kantojen heikkouksia ja vahvuuksia kriittisesti sekä lopulta kannustaa heitä laatimaan yhteinen päätös keskustelun kohteena olevasta aiheesta. Opettajan huolellisesti ohjaama ongelmanratkaisutilanne ei välttämättä kuitenkaan aina johda rakentavaan lopputulokseen, mikäli oppilailla ei ole ristiriitojen rakentavaa käsittelyyn riittäviä vuorovaikutus- ja ryhmätyötaitoja. Tällöin opettajan tulisi keskittyä ensin vahvistamaan seuraavia ongelmanratkaisuprosessin edellyttämiä osataitoja: yhteiseen tavoitteeseen keskittyminen voittamisen sijaan, oman kannan puolustaminen, toisen kannan arviointi, ajatusten arvostelun erottaminen henkilökohtaisesta arvosta, kaikkien ajatusten kuunteleminen, kantojen heikkouksien ja vahvuuksien pohdinta yhdessä sekä erilaisten kantojen yhdistäminen. (Johnson & Johnson 2002, 132–135.)

Ryhmässä 1 ulkopuoliseksi jäänyt John (nimi muutettu) osallistui ryhmän työskentelyyn ainoastaan silloin, kun oppilaat asettelivat luonnonmateriaaleja alustalle ennen varsinaista sadun esittämistä kameralle. Kuten useasti aiemminkin ryhmän työskentelyn aikana, opettaja kehotti Johnia osallistumaan. Ryhmässä johtajan roolissa toiminut Alex hyväksyi John esittämät kriittiset ajatukset ja neuvoi Annaa toimimaan Johnin ehdotuksen mukaan. Myös Anna esitti kriittisiä ajatuksiaan, joka sai Alexin jälleen kerran muuttamaan antamiaan toimintaohjeita. Ryhmä 1 kohdalla

yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu siis toimii oppilaiden perustellessa omia näkökantojaan ja ottaessa huomioon myös toistensa näkemyksiä.

Opettaja: "Tuu Harri mukaan laittaaan niitä."

(Anna ja Aleks asettelevat käpyjä ja keppejä alustalle.)

Alex: "Riviin kaikki näin."

Opettaja: "Antakaa Harrillekin jotain, niin Harri voi laittaa osan."

(Tämän kehotuksen jälkeen oppilas C tulee paikalle.)

John: "Kannattaa pistää nää nätiks. Ei kannata noin. Kato, mää näytän. Sun kannattaa pistää noi riviin tonne noin."

(John osallistuu käpyjen asetteluun.)

Alex: "Näin. Pistä nytte nämä riviin siis niin ku..."

(Alex näyttää oppilaalle A, mihin kävyt tulisi laittaa.)

Anna: "Mut sit niillä on jo valmiiks ne kalat kotona."

Alex: "Eiku pidetään ne siis semmotteissa läjöissä täällä."

(Alex näyttää sormellaan paikkaa maassa läjille.)

7.1.5. Ryhmän muodostuminen: valtaneuvottelut

Aineiston keruun hetkellä muodostetut ryhmät eivät olleet vielä ehtineet muodostumaan kunnolla ja käymään läpi ryhmän muodostumisen prosessiin kuuluvia vaihteita. Ryhmän jäsenet kyllä tunsivat toisensa hyvin oltuaan jo melkein kaksi lukuvuotta samalla luokalla. Ryhmät eivät olleet kuitenkaan vielä edenneet ryhmän kuohuntavaiheen yli. Ensimmäinen vaihe ryhmän kehityksessä on *forming eli ryhmän muodostuminen*. Ryhmän jäsenet tutustuvat toisiinsa. Tätä vaihetta voidaan tukea erilaisilla tutustumisharjoituksilla ja -leikeillä. Seuraavana on vuorossa *storming eli ryhmän kuohuntavaihe*. Ryhmän toimittua jonkin aikaa yhdessä, muodostuu ryhmän sisällä ristiriitoja, jotka kumpuavat erilaisten persoonallisuuksien ja valtapyrkimysten yhteentörmäyksestä. Ryhmän tulee päästä ristiriitojen ylitse, oppia sovittelemaan niitä ja työskentelemään tasavertaisesti. (Pennington 2005, 72–73.) Ryhmän kuohuntavaihe on havaittavissa ryhmässä 1 Annan ja Alexin kesken käydyssä valtaneuvottelussa.

Anna: "Niitä pitää olla kolme niitä henkilöitä."

Alex: "Olipa kerran äiti ja isä ja lapsi."

(Anna oli laittanut käpyjä ja keppejä alustan päälle, mutta oppilas B otti ne pois.)

Anna: "Miks sää vaan päätät?"

Alex: "Koska kato ne on kaikki melkein samanlaisia."

Anna: "Mutta miks sää oikeesti ite päätät noista kaikista?"

Alex: "No sää sait laittaa."

Anna: "No mutta miks sää päätät?"

Alex: "No koska mä vaan päätän, koska kukaan muu ei päätä."

Anna: "No okei."

(Anna lähtee kävelemään sivummalle.)

Alex: "John (nimi muutettu) on tua luistelemassa, no kyllä sääkin voit päättää, jos sää haluat."

(John (nimi muutettu) on kauempana ja "luistelee" jaloillaan jäisellä maalla.)

7.2. Oppilaiden matematiikan kielentäminen ja matemaattinen ajattelu

Konkreettinen tekeminen ja puhuminen ovat tärkeitä välineitä matemaattisten käsitteiden muodostusprosessissa (Muurinen-Rehn 2002, 2–5.) Teoreettiset käsitteet on ulkona työskennellessä helppo yhdistää käytännön elämän esimerkkeihin, mikä tukee oppilaiden käsitteiden ymmärrystä. (Gilbertson et al. 2006, 11–13.) Matematiikan yhteistoiminnalliseen oppimiseen liittyy vahvasti matematiikan kielentäminen. Matemaattisen ajattelun kielentämiseen voidaan käyttää useita kieliä, kuten matematiikan symbolikieltä (esim. matemaattiset lausekkeet ja laskutoimitukset), kuviokieltä (esim. geometriset kuviot) ja luonnollista kieltä (esim. suomen kieli). (Joutsenlahti & Kulju 2009, 78).

Ryhmätyöskentelyn aikana oppilaat kielensivät matemaattista ajatteluaan suomen kielen avulla suullisesti sekä kuviokielen avulla muodostamalla tarinasta kuvituksen luonnonmateriaaleja käyttäen. Oppilaiden eleet, esim. sopivan materiaalien paikan näyttäminen toiselle oppilaalle, tukivat oppilaiden ilmaisua luonnollisella kielellä. Juuri kielentämisen kautta tutkimuksessani oli mahdollista havainnoida tarkemmin oppilaiden matemaattista ajattelua. Ryhmässä 1 oppilaat Alex ja Anna keksivät aktiivisesti kertolaskusatua laskusta $3 \cdot 4$. John pysytteli ulkopuolisena opettajan osallistumiskehotuksista huolimatta. Ryhmä 1 on havainnoimastani viidestä ryhmästä ainoa, missä

oppilaat ymmärsivät kertolaskun käsitteen oikein. Ryhmän 1 tarinassa päähenkilöinä on kolme hiirtä, jotka saavat jokainen neljä kalaa. Ryhmän 1 oppilaat pohtivat myös muiden ryhmien tapaan laskun $3 * 4$ tulosta 12. He kuitenkin osasivat käsitteellistää laskun muista ryhmistä poiketen tavalla, mikä kertoo heidän ymmärtäneen kertolaskun käsitteen. Alex esitti ryhmän valmiin sadun, Anna kuunteli, ja John pelleili samanaikaisesti kameralle:

Alex: ”Olipa kerran kolme hiirtä, ja tota noin niin, mites se menikään, joo. Yksi hiiri oli äiti, toinen isä ja kolmas oli semmonen pikku tyyppi. Sitten niillä ei ollut yhtään ruokaa, ja ne meni onkimaan kalaa. Jokainen niistä oli niin nälkäinen, että se halus syödä maksimissaan neljä kalaa.”

(Anna asettelee tarinan aikana kuvasta vielä puuttuvat 12 käpyä riviin.)

Alex: ”Sitten jokainen onki niistä neljä kalaa. Sitten ne menivät kotiin ja rupes syömään kaikki omat neljä kalaa.”

(Anna ottaa kaloja kuvaavat 12 käpyä ja onkia kuvaavat kolme keppiä pois kuvasta.)

Alex: ”Sitten kun ne oli syönyt ne meni nukkumaan, ja siinä kaikki, morjes!”



KUVA 1. Ryhmän 1 kuvitus kertolaskusatuun laskusta $3 * 4$. Oppilaiden kuvitukset on rekonstruoitu myöhemmin uudelleen alkuperäisen kuvamateriaalin huonon laadun vuoksi.

Kertolaskusadun valmistuttua annoin ryhmille vielä lisätehtävän. Kysyin, mitä sitten tapahtuisi, jos laskuun $3 * 4$ lisättäisiinkin 2 eli laskusta tulisi $3 * 4 + 2$. Tarkoitukseni oli testata lisää sitä, kuinka oppilaat kertolaskun käsitteen ymmärtävät. Lukua 2 kuvaavien asioiden tulisi käsitteellisesti olla sadussa samoja asioita kuin lukua 4 kuvaavien asioiden. Ryhmässä 1 Alexin matemaattisen ajattelun kielentäminen kertoo siitä, että hän on ymmärtänyt kertolaskun käsitteen juuri oikein. Hän lisää satuun vielä kaksi kalaa, jotka saa syntynyt pikku vauva. Hän siis kertoo sadun laskusta $3 * 4 + 1 * 2$:

Opettaja: "Miten tarina jatkuu, jos tuliskin näin?"

*(Opettaja näyttää paperia, mihin on kirjoitettu $3 * 4 + 2$.)*

Anna: "Neljätoista."

Alex: "Sitten, sitten syntyy pikku vauva, joka haluaa vielä kaksi kalaa. Sitten iskä menee onkimaan ja saa ne kaksi kalaa. Ja sitten vauva on ylpeä, kun se syö ne kaksi kalaa."

Ryhmässä 2 Kaisa ja Joonas keksivät satun yhdessä. He lähtivät siitä, että kolme siiliä löytävät jotakin. Tässä kohtaa Joonas oli sitä mieltä, että kunkin siilin tulisi löytää neljä karkkia tai puskaa. Kaisa taas esitti, että kukin siileistä löytäisi yhden puskan. Kaisa hyväksyi jo Joonaksen ajatuksen siitä, että kaikki siilit löytäisivät neljä puskaa. Jostain syystä Kaisa ja Joonas päätyivät kuitenkin asettamaan alustalle kolmen kävyn (siilit) lisäksi kolme keppiä. He ehkä unohtivat, mikä lasku olikaan kyseessä. Kehotin heitä vielä tarkistamaan, mikä heidän laskunsa oli. Katsottuaan paperilta laskun $3 * 4$, se kuitenkin kääntyi Kaisan puheessa laskuksi $4 * 3$.

Kaisa: "Täss' on joku siili, siili, ja siili."

(Kaisa laittaa alustalle kolme käpyä.)

Joonas: "Sit ne kaikki löytää..."

Kaisa: "Sit ne kaikki löytää..."

Joonas: "Neljä karkkia!"

Kaisa: "Ei kun puskan"

Joonas: "Marjapuskan."

Kaisa: "Joo, yhden puskan."

Joonas: "Ei kun neljä puskaa."

Kaisa: "Okei, kaikki löytää neljä puskaa. Täll' on kolme puskaa siinä, bää bää bää, ja tääl on..."

Joonas: "No ni, täss' on yks puska vielä, ja kaikki löytää kolme puskaa."

Kaisa: "Ei ku kolme. Kaikki löytää kolme."

(Joonas ja Kaisa ovat kertoessaan asettelleet alustalle kolme käpyä ja kolme keppiä.)

Joonas: "No voiks sen tehdä näin?" (Joonas kysyy opettajalta.)

Opettaja: "No mää en oikeestaan kerro nyt ihan sillain tavallaan oikeeta vastausta. Saatte miettiä, miten ihan nyt ite tekisitte sen. Kattokaa viä se lasku, mikä se oli?"

Kaisa: "Neljä kertaa kolme. Sitten ne löytää viä jonkun ihmeellisen kepin ja sitten kävyn."

Kertolaskun käsitteen pinnallinen ymmärrys näkyi ryhmien toiminnassa. Ryhmää 1 lukuun ottamatta kaikki muut ryhmät käsittivät, että laskun $3 * 4$ voi hyvin kääntää myös laskuksi $4 * 3$ sen vaikuttamatta laskun sisältöön. Kertolaskun käsite on yksi tavallisimmin vaikeuksia aiheuttavista sisällöistä matematiikan alkuopetuksessa (Ikäheimo 1998, 247). Suurin osa oppilaista oppii kertotaulut ulkoa. Lapsi ajattelee usein, että on samantekevää, kirjoitetaanko $3 * 5$ vai $5 * 3$. Lopputuloshan on sama. On kuitenkin aivan eri asia, esim. ostaako kolme viiden euron ilmapalloa vai viisi kolmen euron ilmapalloa. (Muurinen-Rehn 2002, 29.) Lapsen olisikin tärkeää oppia ensin tunnistamaan konkreettisesta mallista kertolasku, esim. lasku $2 * 3$ yhdistetään kuvaan, jossa on kaksi kolmen esineen muodostamaa joukkoa. $3 * 2$ puolestaan yhdistetään kolmeen kahden esineen muodostamaan joukkoon. Vasta konkreettisen kertolaskujen tunnistuksen sujuessa lapsen on aika harjoitella itse laskun tuottamista. (Ikäheimo 1997, 18.)

Ryhmässä 2 Joonas ja Kaisa esittävät valmiin sadun laskusta $3 * 4$. Valmiiseen satuun on tullut aiemmasta versiosta poiketen yksi siili lisää, eli siilejä on nyt neljä. Kaikki 4 siiliä löytävät kolme tavaraa. Kertolasku $3 * 4$ on siis kääntynyt ympäri laskuksi $4 * 3$. Vaikkakin molempien laskujen tulos on 12, sisällöllisesti ne eivät tarkoita samaa.

Joonas: "No täss' on neljä siiliä."

Kaisa: "Ne löytää kaikki jotkut tavarat. Tää löytää puskan, kepin ja kävyn. Tää löytää puskan, kepin ja kävyn. Tää löytää puskan, kepin ja tällatteen (puun kaarnan palanen)."



KUVA 2A. Ryhmän 2 kuvitus kertolaskusatuun $3 * 4$.

Ryhmässä 2 Kaisan vastaus lisätehtävään $3 * 4 + 2$ vahvistaa heidän varsinaisen kertolaskusatunsa ohella sitä, että Kaisa ja Joonas eivät ole ymmärtäneet vielä kertolaskun käsitettä. Mikäli kertolaskun käsite olisi heille selvä, he olisivat lisänneet tarinaan tavaroita, joita siilit aiemminkin saivat. Ryhmän 2 ratkaisu siihen, mitä tapahtuisi, kun lasku olisikin $3 * 4 + 2$:

Joonas: "Vaikea lasku."

Kaisa: "Noin sinne tulee kaks siiliä lisää."

(Kaisa lisää alustalle kaksi käpyä.)



KUVA 2B. Ryhmän 2 kuvitus kertolaskusatuun $3 * 4 + 2$.

Annoin tietoisesti esimerkkisatuni lisäksi vain rajoitetusti lisäohjeita apukysymysten muodossa, koska halusin tuoda oppilaiden ajattelun näkyväksi mahdollisimman autenttisina. Halusin selvittää, miten he kertolaskun käsitteen ymmärtävät ja miten he tuottavat sadun laskusta $3 * 4$. Onnistuneimmat matematiikan opetusta koskevat opetuskokeilut ovat perustuneet ajattelu- ja oppimistaitojen opettamiseen oppiaineen opettamiseen integroituna. Tällöin opetustilanteet ja vuorovaikutus pyritään luomaan oppilaiden omia konstruktioprosesseja tukeviksi. Opettajasta tulee perinteisestä selittäjästä ja valmiiden tulkintojen antajasta oppimisen ohjaajaksi, joka motivoi oppilaita itse kokeilemaan, pohtimaan ja tulkitsemaan. Vihjeiden, yhteisten keskustelujen, mallintamisen ja selittämisen avulla opettaja ohjaa oppilaita itse löytämään keskeiset tiedot ja tehokkaat toimintatavat. (Kinnunen & Vauras 1998, 279.)

Oppilaiden toimintaa ohjasi melko vahvasti oma esimerkkisatuni, missä karhut löysivät ruokaa. Esimerkkini vaikutti niin, että myös kaikki ryhmät valitsivat päähenkilöikseen joitakin eläimiä, jotka etsivät ruokaa tai muita asioita. Oppikirjojen kaavamaisella rakenteella, missä oppilaiden laskuharjoitukset tehdään esimerkkitarauksia myötäillen, saattoi olla vaikutusta siihen, että oppilaat jäljittelivät osittain esimerkkitarinaani. Ryhmä 3 pohtii laskun $3 * 4$ toteuttamista kertolaskusadun muodossa. He päätyvät toteuttamaan sadun niin, että se esittää laskua $3 * 3$. Jonna

laski alustalla olevat kepit ja kävyt yhteen. Niitä on 12, mikä on myös laskun $3 \cdot 4$ tulos. Satu ja sen kuvitus ei kuitenkaan käsitteellisesti vastaa laskua $3 \cdot 4$ vaan $3 \cdot 3$. Tässä näkyy jälleen pinnallinen ymmärrys kertolaskun käsitteestä.

Opettaja: "Mitäs sitten?"

Jonna: "Yksi löysi yhden, toinen löysi yhden, mutta yksi ei löytänyt ollenkaan. Mutta sitten kuitenkin sekin löysi."

(Jonna asettelee alustalle kolme keppeä kolmen kävyn lisäksi.)

Opettaja: "Kattokaa sitten vielä tätä laskua. Mulla oli se neljä kertaa kaks, niin teillä on kolmee kertaa neljä."

Jonna: "Nyt tässä on kuusi."

Opettaja: "Niin, mulla sai ne neljä karhua, kaikki sai kaks hunajapurkkia. Niin voitte viä miettiä, miten teette kolme kertaa neljä?"

Jonna: "Niin tässä vois olla viä neljäs..."

Niina: "Kuus..."

Jonna: "Nyt siinä on neljä kertaa kolme."

(Jonna lisää yhden kävyn alustalle.)

Jonna: "Sitten vielä yksi sauikko löysi ruuan."

(Jonna lisää alustalle vielä yhden kepin.)

Jonna: "Mutta nyt se on neljä kertaa neljä."

(Jonna ottaa yhden kepin pois.)

Opettaja: "Onko teillä valmis teidn satu, vai haluatteko vielä miettiä sitä?"

Jonna: "Mää mietin vielä."

Niina: "Mää en siis ymmärrä tätä."

Jonna: "Noin, kolme sauukkoa sai kaikki kolme herkkua. Yks, kaks, kol, nel, viis, kuus, sei, kasi, ysi, kymppi, yyto, kaato. Kakstoista." (Jonna laskee alustalla olevat kävyt ja kepit yhteen.)

Opettaja: "Kerrotteko vielä sen tarinan alusta."

Jonna: "Kolme sauukkoa lähti etsimään ruokaa. Yksi sai yhden herkun. Toinen sai yhden herkun. Yksi ei saanut ollenkaan, mutta sitten sekin löysi herkun. Ja sitten yksi löysi toisen herkun. Toinen löysi myös toisen herkun ja kolmas löysi myös toisen herkun. Sitten kaikki löysivät vielä kolmannen herkun. Ja niin kolme sauukkoa marssivat kotiin."



KUVA 3A. Ryhmän 3 kuvitus kertolaskusatuun $3 * 4$.

Ryhmän 3 ratkaisuna lisäohjeeseen $3 * 4 + 2$, Jonna lisäsi tarinaan herkkuja, joita saukot olivat aiemminkin saaneet. Jonnalle kertolaskun käsite ei vielä ole aivan selvä. Jonnan matematiikan kielentäminen kertoo kuitenkin siitä, että hän on kertolaskun käsitteen jäljillä. Se vain vaatii vielä hieman kirkastusta ja selvennystä hänen matemaattisessa ajattelussaan.

Jonna: "Kakstoista plus kaks on neljätoista."

Opettaja: "Joo, se on se sama kolme kertaa neljä ja sit siihen tulee plus kaks. Miten tarina vois jatkua? Onko Niinalla tai Alexandralla joku idea? Mitä vois tulla kaks vielä? Mitäs Jonna?"

Jonna: "En mä tiedä."

Opettaja: "No jos ei tuu mieleen, ei se mitään."

Jonna: "Nää kaks löytää yhden herkun. Ja tämä löytää vielä yhden herkun. Ja nää kaks niin ku jakaa tän. Sitten tää syö tän ihan ite."



KUVA 3B. Ryhmän 3 kuvitus kertolaskusatuun $3 * 4 + 2$.

Ryhmässä 4 lasku $3 * 4$ kääntyy laskuksi $4 * 3$. Heidän sadussaan ei kuitenkaan esiintynyt kertolaskun käsitettä laisinkaan. Heidän satunsa päähenkilöinä oli neljä ilvestä, joille oli tarjolla yhteensä kolme ruokaa. Tämän seurauksena isä-ilves jäi ilman ruokaa. Jaanan ja Larsin matematiikan kielentäminen kertolaskusatutehtävässä ei antanut ollenkaan viitteitä siitä, että he olisivat ymmärtäneet kertolaskun käsitettä.

Jaana: "Olipa kerran neljä ilvestä, ja sitten ne meni johonkin ihmemetsään. Toss' on puita."

(Jaana rakentaa samalla kuvaa alustalle.)

Lars: "Iskä söi kaksi."

Jaana: "Ei, oota vielä. Nonni, nyt on hyvä."

(Jaana on saanut kuvan valmiiksi rakennettua.)

Jaana: "Pikku-ilves saalisti yhen ja söi sen. Sitten toi äiti-ilves saalisti yhen ja söi sen. Sitten toinen pikku-ilves saalisti yhen ja söi sen. Ja sitten isä jäi ilman ja alkoi itkeen, he he."

(Kertoessaan satua kävyt "nappaavat" vuorollaan yhden kepin alustalta, minkä jälkeen keppejä häviää.)

Lars: ”Ja sit se söi puita.”

(Puita kuvaavat kepit häviävät myös.)

Jaana: ”Ja sit ne meni järvelle juomaan. Ja sitten ei oo enää mitään, loppu.”

(Alustalla kävyt eli ”ilvekset” kokoontuvat jääpalojen ympärille eli ”järvelle”).



KUVA 4. Ryhmän 4 kuvitus kertolaskusatuun 3 * 4. Sinisellä paperilla kuvatut palaset olivat alkuperäisessä kuvituksessa jäänpalasia.

Ryhmän 4 sadun ollessa valmis kamerastani loppui akku. Havainnot ryhmän 4 lisätehtävästä ja ryhmän 5 työskentelystä perustuvat ainoastaan ryhmätilanteen aikana ylös kirjattuihin muistiinpanoihin. Siksi ryhmän 4 lisätehtävästä ja ryhmän 5 työskentelystä on niukemmin tietoa kuin muista ryhmistä. Ryhmän 4 ratkaisu lisätehtävään $3 * 4 + 2$, oli se, että satuun tulee kaksi ruokaa lisää. Periaatteessa tämä ratkaisu sopii laskun käsitteelliseen sisältöön. Lukua 2 kuvaavat asiat edustavat samoja asioita kuin lukua 4 kuvaavat asiat. Ryhmässä 4 sadun sisällöstä kuitenkin puuttuu täysin kertolaskun käsite.

Ryhmässä 5 Jaakko oli ryhmässä passiivinen, mutta tuli kuitenkin tyttöjen kehotuksesta mukaan lopuksi esittämään satua. Tällöin koko ryhmä toimi hyvin yhteistyössä keskenään. Suvi otti ryhmässä johtajan roolin ja sepitti satua lähes yksin. Tiina sanoi muutamia sanoja täydentäen Suvin lauseita. Tiina keskittyi lähinnä kuitenkin sadun kuvittamiseen ja materiaalien hakemiseen

lähiympäristöstä. Lopulta satu vain jatkui ja jatkui. Siitä kehkeytyy leikki. Oppilaat eivät malttaneet lopettaa sadun sepittämistä. He kertovat myös, että tehtävä oli heidän mielestään erittäin hauska.

”Olipa kerran neljä siiliä. Ne olivat menossa kylään serkuille, joita oli kolme. Sitten he matkustivat sinne, ja pikkusiili pimpotti: ”pim pom”. Sitten yksi serkuista tuli avaan. Sitten kun he olivat syöneet, sitten he lähtivät kotiin. He palasivat. Sitten iso karhu sanoi: ”Menehän nyt nukkumaan!”. Pikkusiili sanoi: Koska nyt pitää mennä nukkumaan. Tottele äitiä ja isää.”



KUVA 5. Ryhmän 5 kuvitus kertolaskusatuun $3 * 4$.

Lisätehtävän $3 * 4 + 2$ ratkaisuna ryhmä 5 esitti, että kaksi satuun mukaan tulevaa on siilien kavereita. Satuun mukaan tulevat lukua 2 kuvaavat asiat olivat siilejä. Samoin lukua 4 esittivät siilit. Kertolaskun käsite puuttui kuitenkin täysin ryhmän 5 sadusta, mikä osoittaa, että kertolasku käsitteenä on heille vielä epäselvä.

7.3. Oppilaiden ajatuksia ja kokemuksia matematiikan yhteistoiminnallisesta opetuksesta luonnossa

Haastattelun aluksi kysyin oppilailta, pitävätkö he matematiikasta koulussa. Yhtä oppilasta lukuun ottamatta kaikki vakuuttivat pitävänsä matematiikasta. Alkukysymysten tarkoituksena oli johdatella oppilaita pohtimaan matematiikan tunteja sekä saada myös tietoa heidän käsityksistään itsestään matematiikan oppijana.

Niina: ”No on se ihan kiva.”

Lars: ”Joo, mää oon siinä paras.”

John: ”Keskellä vaikka, tykkään joistain jutuista.”

Jaakko: ”Joo, mää tykkään laskee.”

Suvi: ”Tykkään. Se on mun toisiks lempiaine. Voi harjotella vaikeita laskuja. Sitten se on vaan kivaa, kun laskee.

Heikki: ”En. Se on niin vaikeeta.”

Kysyin oppilailta myös, miten heillä omasta mielestään sujuu työskentely matematiikan tunneilla. Kaikki haastatellut oppilaat vakuuttivat tuntien sujuvan heiltä hyvin. Tähän varmasti vaikutti osaltaan lasten taipumus vastata niin, kuin he arvelevat heidän odotettavan vastaavan. Lapset ovat tottuneet siihen, että aikuiset esittävät heille kotona ja koulussa kysymyksiä, joihin he olettavat lasten vastaavan rehellisesti. Lapset ovat tottuneet aikuisen kysymys–lapsen vastaus -tapahtumaketjujen toistumiseen. Lasten haastatteluissa vaarana on, että lapset pyrkivät vastaamaan, kuten olettavat aikuisen haluavan heidän vastaavan. (Alasuutari 2005, 152–153.) Osa oppilaista pohti tarkemminkin sitä, mikä on ollut heille vaikeaa matematiikan tunneilla.

Suvi: ”Kun on noita kertolaskuja, niin mää en muista niitä, ku siit’ on niin pitkä aika, kun me ollaan harjoteltu niitä”.

Jonna: ”Semmonen tasanen.”

Aleksei: ”Aika normi. Joskus ekaluokalla niin mää tein ihan sairaan nopeesti, mutta nyt mää teen vähän hitaammin ja huolellisemmin.”

Halusin kuulla, miltä oppilaista on tuntunut olla ulkona matematiikan tunneilla. Vain kolme kahdestatoista oppilasta kertoi neutraaleista tai negatiivisista tuntemuksistaan. Kaikki muut kertoivat, että ulkona työskentely tuntui heistä kivalta.

Aleksei: ”No vähän tulee kylmä. Kesällä se olis ihan eri asia.”

Jaana: "Kivalta, koska silloin ei tarvinnu tehdä tehtäviä, paitsi niitä ihmeen etsintätehtäviä. Sisällä pitää koko ajan kirjottaa, ja ulkona on mukavampaa, kun siellä juostaan."

Heikki: "Joo oon tykänny, mittaaminen oli paras tehtävä."

Suvi: "Kivaa on ollu, ainakin kivempaa kun sisällä. Sit ku tulee aina niitä kirjeitä, ni oli kivaa."

Jonna: "Ihan ok."

Jaakko: "Kivalta, kun me ei olla koskaan oltu matikan tunnilla pihalla."

Kaisa: "Se on kivaa, koska ennen meil' ei oo ollu tunteja ulkona. Ja se et' on enemmän niin ku tunteja ulkona, niin se oli kivaa."

Matematiikan opetusta ulkona on tutkittu Ruotsissa yläkouluikäisillä. Opetus ulkona oli oppilaille uutta, minkä vuoksi he nauttivat sen tuomasta vaihtelusta arjen rutiineihin. Vuorovaikutus toisten oppilaiden kanssa lisääntyi ulkona luokkahuoneessa tapahtuvaan opetukseen verrattuna. Oppilaiden kokemukset olivat pääosin positiivisia lukuun ottamatta kylmää ja märkää säätä sekä vaikeuksia keskittyä ja kuulla opettajan ohjeita. Tutkimuksen mukaan oppilaat, jotka olivat saaneet matematiikan opetusta osittain myös ulkona, suoriutuivat kirjallisista matematiikan tehtävistä joko yhtä hyvin tai paremmin kuin vain luokkahuoneessa opetusta saaneet verrokkiryhmän oppilaat. (Fägerstam 2012, 51–52.)

Pyysin haastattelemani oppilaita myös kertomaan, olivatko he omasta mielestään oppineet jotakin matematiikan tunneilla ulkona luonnossa.

Niina: "Lasketaan ja sillain."

Lars: "Sata on pienempi kuin satakaksytkolme."

Aleksei: "Vähän ehkä... en mä ehkä oppinu mitään. Kaikki oli tuttua."

Anna: "Joo, noita kertolaskuja tosta tarinasta, kun me tänään tehtiin kertolaskuja, plussalaskuja ja noita isompi ja suurempi."

Jonna: "Joo, esimerkiksi niitä kymppipareja."

Jaakko: "Että ulkonakin voi leikkii matikkaa."

Kaisa: "En mä tiedä."

Jaana: "Joo, että se ihmeen kertolaskuja voi tehdä silleen tarinallakin."

Suvi: "Kertolaskuja, miten voi luonnossa tehdä kertolaskutarinoita, et voi tehdä, en mä oikein muista."

Heikki: "Kuuntelemista. Ulkona on helpompi keskittyä, kun ei oo liian kuuma ja mä oon tottunu oleen ulkona paljon."

Tärkeintä alkuopetuksessa on hyödyntää toiminnallisuutta ja konkretiaa. Lasten saadessa rakentaa käsitteet omalta tasoltaan, he oppivat iloitsemaan omasta oppimisestaan. (Perkkilä 2002, 38.) Alkuopetuksen aikana lapsen mielikuvitus ja ajattelu eivät ole vielä aikuisen tapaan toisistaan eriytyneitä. Tästä syystä alkuopetuksessa voidaan tavoitella moniaistista oppimista, mikä käytännössä tarkoittaa liikettä, leikkiä ja luontoa. Intoa uuden oppimiseen ruokitaan hyödyntämällä leikin, satujen ja mielikuvituksen mahdollisuudet. (Paalasmaa 2014, 76.)

Opettaja voi kokea haasteelliseksi lähteä yksin ulos luokkansa kanssa oppituntia pitämään. Suuret ryhmäkoot, erityisoppilaiden mukanaolo sekä oppilaiden tottumattomuus ulkona työskentelyyn saattavat lisätä haasteita. Opetus ryhmän kuin ryhmän kanssa ulkona on kuitenkin mahdollista saada sujumaan, jos vain pelisäännöt tehdään hyvin selväksi ennen opetusta ja sen aikana. Ulkona opetuksesta hyötyvät etenkin temperamentiltaan vilkkaat ja energiset lapset. Heille oppiminen on usein helpompaa ja mielekkäämpää ulkona, missä he pääsevät välillä purkamaan energiaansa esim. juosten. Oppilaat, joilla on vaikeuksia luokassa keskittyä abstraktien tehtävien tekemiseen, saattavat ulkona kokea onnistumisen kokemuksia päästessään toimimaan konkreettisesti. Ulkona työskentelyn synnyttämä innostuneisuus ja positiivinen asenne oppimista kohtaan saattaa helpottaa oppimista jatkossa myös luokkatiloissa. (Laine 2009, 2.)

Olin kiinnostunut kuulemaan, mistä tehtävistä oppilaat erityisesti pitivät. Halusin kuulla myös, jos jokin tehtävä oli heidän mielestään tylsä. Kertolaskusadun mainitsi suosikikseen neljä kahdestatoista haastatellusta. Seitsemän ilmoitti pitäneensä erityisesti kertolaskupelistä, missä oppilaat heittivät noppia, laskivat yhdessä noppien tulon ja etsivät vastauksen ympäristöön kiinnitetyistä numerolapuista. Kaksi joukkuetta kilpaili nopeudesta keskenään. Kertolaskutehtäviä olimme tehneet juuri haastatteluja edeltäneellä matematiikan tunnilla. Tämä varmasti vaikutti osaltaan oppilaiden vastauksiin. He eivät ehkä niin tarkasti muistaneet aikaisemmin viikolla tehtyjä tehtäviä, vaikka niistä lyhyesti haastattelun aikana kerroinkin heille. Kaksi oppilasta kertoi pitäneensä ”Suurempi kuin, pienempi kuin” -leikistä, minkä avulla harjoiteltiin lukujonotaitoja. Yksi oppilasta kertoi suosikseen tehtävän, missä tuli ilman keskustelua asettua pituusjonoon ja yksi oppilas mittaamistehtävän.

Aleksei: ”Matikassa se oli se heittojuttu, missä piti heitellä niitä noppia ja sitten hakee niitä. Se oli jännää.”

Kaisa: ”Tehä niitä kertolaskuja niillä kävyillä ja niillä.”

Suvi: ”Se oli kivaa, kun juostaan niitä lappuja ja sitten pihalla niin ku niitä kertolaskutarinoita.”

Suurin osa oppilaista kertoi, että heistä mikään tehtävistä ei ollut ikävä tai tylsä. Yksi oppilas ilmoitti, ettei pitänyt kertolaskusadun tekemisestä ja toinen ei välittänyt 10-parien muodostustehtävästä. Syyksi siihen, että oppilaat kokivat tehtävät tylsiksi, he nimesivät tehtävien liiallisen helppouden. Kertolaskusatu tosin ei tainnut oppilaiden matemaattisten taitojen tason tuntien olla kenellekään liian helppo. Saattaa myös olla, että on myös vain tapana nimetä syyksi liiallinen helppous, vaikka oikeasti tehtävä voi hyvinkin tuntua liian vaikealta tai ryhmän yhteistyö ei suju. Yksi oppilas kertoi, että olisi pitänyt mittaamisesta enemmän, jos olisi käytetty metrin mittaisten narujen sijaan oikeaa mittanauhaa.

John: "Kertolaskutarina, koska se oli liian helppo ja tylsä."

Aleksei: "Se millonka piti kerätä niitä käpyjä, se eka matikan tunti."

Opettaja: "Se missä piti kerätä niitä kymppipareja?"

Aleksei: "Niin, se oli vähän liian helppo."

Suvi: "Se mittaaminen olis ollu haus Kempaa, jos olis ollu semmonen vähän niin ku viivotin."

Lopuksi minua kiinnosti vielä oppilaiden suhtautuminen ulkona oppimiseen tulevaisuudessa. Kysyin heiltä, haluaisivatko he mieluummin opiskella matematiikkaa sisällä luokassa, ulkona vai välillä sisällä ja välillä ulkona. Kahta oppilasta lukuun ottamatta kaikki kertoivat, että paras vaihtoehto olisi opiskella matematiikkaa välillä sisällä ja välillä ulkona. Kaksi oppilasta opiskelisivat matematiikkaa aina ulkona, jos saisivat itse päättää. Kaiken kaikkiaan oppilaat tuntuvat arvostavan ja pitävän myös sisällä luokassa työskentelystä ja oppikirjan tehtävien tekemisestä. Ulkona työskentely tuo heidän mielestään matematiikan opiskeluun kuitenkin kaivattua vaihtelua.

Lars: "Välillä sisällä, välillä ulkona. Tässä on kivaa, ja kirjassa on kivoja laskuja."

Aleksei: "No riippuu vähän, että mikä sää. Jos on kesä, niin silloin tietysti ulos. Jos on kylmä sää ja talvi, niin silloin sisällä."

Jonna: "Välillä sisällä, välillä ulkona. Jos olis vaikka kolme tuntia matikan tuntia, niin sitte voi tulla kylmä, jos ne on vaikka peräkkäin."

Jaakko: "Välillä sisällä, välillä ulkona. Koska ettei tuu aina tylsää, samoja juttuja."

John: "Aina ulkona. Kaikki sisällä matematiikka on vaikeeta. Tehdään kirjoja, ja meidän pitää kirjottaa, ja se on tylsää, koska mä en tiä kaikkea matematiikasta. Ulkona matikka tuntuu helpommalta." Tykkään, kun saa juosta välillä ja siitä, kun saa tehdä jotain."

Heikki: ”Tykkäsin, kun me tehtiin ulkona kaikkee eri juttuja. Välillä sisällä, välillä ulkona, ettei oo liikaa ulkona, ei oo liikaa sisällä.”

Suvi: Välillä sisällä, välillä ulkona. Mää tykkään tehdä niitä päässälaskuja kirjaan ja sitte laskea, kun siin' on niitä allekkainlaskuja.”

Yksi negatiivinen asia, mihin oppilaat kiinnittivät huomiota, oli mahdollinen kylmä sää ulkona työskennellessä. Säätila ja sen aiheuttama epämukavuus voivat olla esteenä oppimiselle, erityisesti oppilaiden ollessa tottumattomia ulkona työskentelyyn. Opettajan tulisi varmistaa, että oppilailla on asianmukainen säähän sopiva vaatetus. Opettaja voi myös vaikuttaa muokata oppimisympäristöä osittain, esim. siirtämällä opetuksen paikkaan, joka on sateelta tai tuulelta hieman suojassa. (Gilberton etc. 2006, 77–78.)

Ulkona oppiminen tarjoaa kokemuksia useille eri aisteille ja mahdollistaa oppilaiden käyttää erilaisia oppimistyylejään hyödyksi. Opettajat, jotka osaavat huomioida eri ihmisten aivojen erilaiset toimintatavat auttavat oppilaita löytämään oman oppimistyykinsä ja käyttämään vahvuusalueitaan. He tukevat oppilaita myös hyväksymään sen, että kaikki erilaiset oppimistyylit ovat normaaleja, oikeita ja yhtä arvokkaita. He antavat myös visuaalisia (lukeminen, näkeminen, visualisointi), auditiivisia (kuuleminen, puhuminen, sisäinen puhe), taktiilisia (käsien käyttäminen, koskettaminen) ja kinesteettisiä (tekeminen, tunteminen) vaihtoehtoja työskentelyä ohjeistaessaan. He käyttävät sekä holistisia että analyyttisiä aivotuiminnan tyylejä tukemaan oppilaiden oppimista ja itseilmaisua. Uudet asiat he opettavat kaikkien aistien, tunteiden ja kokemusten avulla. Jos erilaisia opetusmenetelmiä käyttämällä tavoitetaan kaikki oppilaat ja saadaan heidät osallistumaan omaan oppimiseensa, kouluista häviää työrauhaongelmat, asenteet koulua kohtaan muuttuvat myönteisemmiksi ja ns. ”oppimisvaikeuksia” ei esiinny. Oppilaskeskeiset ja erilaisiin oppimistyyleihin perustuvat opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä etenkin sellaisille oppilaille, jotka eivät pysty oppimaan ja muistamaan asioita perinteisten opetusmenetelmien avulla. (Prashning 2000, 83–84, 113, 275.)

8 TUTKIMUKSEN LUOTETTAVUUDESTA JA EETTISYYDESTÄ

Olin tutkijana itse aktiivinen ja toimin opettajan roolissa, tosin hieman perinteistä opettajan roolia rajoitetummin, aineistonkeruuvaiheessa. Osallistuessaan tutkittavien elämään tutkijan on erittäin tärkeää tutkimuksen kuluessa olla mahdollisimman objektiivinen eli tunnistaa omat uskomuksensa, asenteensa ja arvostuksensa ja pyrkiä olemaan sekoittamatta niitä tutkittavien ajatuksiin. Tutkimuksen raportoinnin on myös oltava läpinäkyvää ja tutkijan on kerrottaa tutkimuksen lähtökohdista ja omista ennakkokäsityksistään. Kvalitatiivisessa tutkimuksessa tärkein luotettavuuden kriteeri on tutkija itse, sillä tutkimus perustuu tutkijan avoimeen subjektiviteettiin. Tutkimuksen luotettavuuden arviointi koskee siksi koko tutkimusprosessia. Tutkimuksen arviointi perustuu esitettyihin kuvauksiin ja väitteiden perusteluihin. (Eskola & Suoranta 2005, 16–18, 210–212.)

Fenomenologisessa tutkimuksessa tutkimusta ohjaamaan ei aseteta tietoisesti jotakin kohdetta ennalta määrittävää teoreettista mallia. Tutkija joutuu kuitenkin hyväksymään tutkimukselleen joitakin tutkimuskohdetta koskevia teoreettisia lähtökohtia, jotka ovat osa tutkijan esiymmärrystä. Tutkijan tulisi kuitenkin pyrkiä ottamaan etäisyyttä esiymmärryksiinsä silloin, kun hän tekee omia tulkintojaan tutkimusaineistosta. Aineiston tulkinnan suorittamisen jälkeen on sitten aika liittää aiemmat tutkimukset ja teoriat keskustelemaan saaduista tuloksista. Tällöin ne toimivat kriittisinä näkökulmina tutkijan omiin tulkintoihin ja toimivat samoin kuin tutkimusta arvioivat muut tutkijat. (Laine 2001, 33–34.)

Puhdasta objektiivista tietoa ei ole olemassa, vaan kaikki tieto on siinä mielessä subjektiivista, että tutkija päättää oman ymmärryksensä varassa tutkimuksen kulusta. (Tuomi & Sarajärvi 2009, 20.) Esittelen tutkimusraportissani aiempaa tutkimustietoa ja teoreettisia malleja, jotka vaikuttavat esiymmärrykseeni tutkimuksen kohteesta. Aineiston analyysivaiheessa tavoittelen keskittymistä aineistoon ja siinä esiintyvään vuorovaikutukseen, vaikkakin esiymmärrystä tuntuu hankalalta sulkea kokonaan pois tietoisuudesta. Aineiston analyysin jälkeen peilaan aineistosta tekemiäni tulkintoja aiempiin tutkimustuloksiin.

Realistisessa luotettavuusnäkemyksessä tutkimustekstiä pidetään ikkunana todellisuuteen. Siinä käytetään *validiteetin* (pätevyyden) käsitettä, joka jaetaan ulkoiseen ja sisäiseen validiteettiin.

Sisäinen validiteetti tarkoittaa teoreettisten ja käsitteellisten määrittelyjen sopusointua. Teoreettis-filosofisten lähtökohtien, käsitteellisten määritteiden ja menetelmällisten ratkaisujen tulee olla sopusoinnussa keskenään. Sisäinen validiteetti osoittaa tutkijan hallitsevan tieteellisen otteen ja tieteenalansa käytäntöjä. *Ulkoinen validiteetti* taas tarkoittaa tehtyjen tulkintojen ja aineiston välisen suhteen pätevyyttä. Pyrkimyksenä on kuvata tutkimuskohdetta mahdollisimman hyvin täsmälleen sellaisena, kuin se on. (Eskola & Suoranta 2005, 213.) Tutkimusraportissani esittelen tutkimukseni teoreettiset lähtökohdat ja määrittelen tutkimuksessa käytetyt keskeiset käsitteet. Aiemmat tutkimukset ja käsitteenmäärittelyt ohjaavat tutkimuskysymysteni asettelua ja tutkimusmenetelmien valintaa. Pyrin tutkimusraportissani kuvailemaan havaintojani mahdollisimman tarkasti mm. oppilaiden suorien sitaattien avulla. Lisäksi perustelen ja kirjoitan auki havaintojen pohjalta tekemiäni tulkintoja ja päätelmiä.

Tutkimus sisältää lukuisia tutkijan päätöksiä, jotka koittelevat tutkijan etiikkaa. Tutkimus edellyttää aina tutkittavien henkilöiden sekä viranomaisten antamaa tutkimuslupaa. Tutkimuksen kulusta on myös tiedotettava tutkimukseen osallistuville. On korostettava lisäksi tutkimukseen osallistumisen vapaaehtoisuutta (Eskola & Suoranta 2005, 52 - 56.) Olen tiedottanut tutkimuksestani tutkimuskohteena olevan koulun rehtorille, luokan opettajalle, oppilaille sekä heidän huoltajilleen. Sain rehtorilta ja oppilaiden huoltajilta kirjallisen luvan tutkimukseni toteuttamiseksi. Luokan opettaja ja oppilaat antoivat luvan tutkimuksen tekoon ja osallistumiseen suullisesti. Oppilailla oli mahdollisuus kieltäytyä haastattelusta. Videoituun tehtävään osallistumiseen ei erikseen oppilailta kysytty suostumusta, sillä se oli osa heidän oppituntiaan. Oppilaat saattoivat kuitenkin jättäytyä tehtävää tehdessä kameran kuvan ulkopuolelle tai olla osallistumatta tehtävän tekoon. Opettajan roolissa kannustin heitä osallistumaan ryhmän toimintaan, mutta pakkoa ei ollut.

Tutkimuksessa on otettava huomioon myös ihmisoikeuksien ja ihmisarvon kunnioittamisen periaatteet. Tutkimukseen osallistuvia ei saa loukata, eikä heille saa aiheutua vahinkoa tutkimukseen osallistumisesta. Tietojen käsittelyssä tutkijan tulee säilyttää luottamuksellisuus ja anonymiteetti. Tutkijan on huolehdittava, ettei tutkimusaineiston luottamuksellisesta käsittelystä ja aineiston keruun yhteydessä tietoonsa saamien henkilökohtaisten asioiden salassapidosta. Tulokset julkaistaan yleensä niin, ettei tutkittavien henkilöllisyys paljastu. (Eskola & Suoranta 2005, 55 - 58.) Huolehdin siitä, että tutkimuksessani käytetyt tehtävät ja haastattelukysymykset eivät aiheuta vahinkoa tutkimukseen osallistuneille. Ne olivat luonteeltaan sellaisia, joita olisi voitu toteuttaa kouluopetuksessa muulloinkin. Pyrin videoiduissa opetustilanteissa myös ohjaamaan oppilaiden vuorovaikutusta niin, ettei esim. kiusaamista esiinny. Tutkimusaineistoa analysoidaan ja käsitellään vain tässä tutkimuksessa. Tutkimuskohteena oleva koulu, luokka ja sen oppilaat eivät ole tutkimusraportista tunnistettavissa.

9 POHDINTA

Yhteistoiminnallinen ryhmätyöskentely oli tutkimukseen osallistuneille oppilaille uusi opetusmenetelmä. Tämä näkyi heidän työskentelyssään ryhmän jäsentymättömänä toimintana. He eivät olleet harjaantuneita ja sosiaalisilta taidoiltaan vielä valmiita työskentelemään onnistuneesti kolmen hengen ryhmissä. Tämän seurauksena yksi oppilas otti kussakin ryhmässä johtajan roolin, ja ryhmän kolmas jäsen ajautui passiiviseksi tai häiriköiväksi vapaamatkustajaksi. Kun luokkaan rakennetaan uutta, vuorovaikutusta edistävää toimintatapaa, on syytä varautua siihen, ettei kehitys ole heti tasaisen myönteistä. Kasvattajan tulee antaa kasvatettavilleen myös mahdollisuus epäonnistua yhteistyössä. Täytyy muistaa, ettei vuorovaikutustaitoja edellyttävä yhteistyö ole aikuisillekaan aina helppoa. Oppilaille tulisikin antaa aikaa ja mahdollisuuksia kehittyä vuorovaikutustaidoissa. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 169.)

Opettajat tarvitsevat myös vertaistukea kollegoiltaan uutta menetelmää sisään ajettaessa. Mikäli esim. koulussa ei pidetä yhteistoiminnallista oppimista perusteltuna menetelmänä, opettaja jää ajatustensa kanssa yksin. Yksittäisellä opettajalla ei välttämättä ole voimavaroja yksin suunnitella, valmistella ja toteuttaa yhteistoiminnallisia hankkeita ilman opettajatovereidensa apua ja kasvatuseriaatteellista hyväksyntää. (Shachar & Sharan 2002, 343.)

Lisäksi oppilaiden vanhemmat saattavat kritisoida uusia opetusmenetelmiä. Vanhemmat arvioivat koulun toimintaa omien koulukokemustensa kautta ja olettavat usein, että koulussa toimitaan samoin kuin heidän kouluaikoinaan. Vanhemmille onkin uudistuksia tehtäessä selitettävä toiminnan tavoitteet. Suljettuihin luokkiin perustuvassa perinteisessä hiljaisuuden pedagogiikassa tavoitteena on hiljaisuus ja se, ettei toisten työrauhaa häiritä. Nykyaikaisessa oppijan aktiivisuuteen perustuvassa oppimisessa hiljaisuutta voidaan taas pitää osoituksena vähäisestä vuorovaikutuksesta, usein siis myös vähäisestä oppimisesta. Myös koulun tiloilla ja sisustusratkaisuilla on vaikutusta tiloissa toteutettaviin opetusmenetelmiin. (Jantunen & Haapaniemi 2013, 280.)

Yhteistoiminnallinen oppiminen antaa erinomaisen tilaisuuden oppilaille kielentää matemaattista ajatteluaan. Yhteistoiminnallisessa oppimistapahtumassa kehittyvät oppilaiden vuorovaikutustaidot, kieli ja ajattelu. Oppilaat keskustelevat keskenään, pohtivat ongelmia ja käsitteitä sekä antavat niille merkityksiä. (Järvinen 2002, 261.) Samalla toiset oppilaat ja opettaja

voivat seurata oppilaan ajattelua ja suhteuttaa omaa ajatteluaan ja toimintaansa tähän (Joutsenlahti 2003B, 9.).

Havainnoimani oppilaat kielensivät matematiikkaa suomen kielen, kuviokielen sekä eleiden avulla. Kielentäminen toi hyvin esiin oppilaiden pinnallisen ymmärryksen tehtävässä esiin nousseesta kertolaskun käsitteestä. Kertolaskut ja kertolasku käsitteenä olivat havainnoimilleni oppilaille vielä suhteellisen tuoreita ja uusia asioita. Syvällisempi käsitteen ymmärrys vaatii runsaasti harjoitusta. Matematiikan käsitteenmuodostusprosessiin tulisikin varata runsaasti aikaa. Oppikirjojen sisältöä on mahdollista karsia tarpeen mukaan, jotta voidaan keskittyä opetussuunnitelman keskeiseen oppiaineeseen. Jos kiirehditään laskemaan vaikeita mekaanisia laskutehtäviä, saattavat matematiikan perusvalmiudet jäädä liian vähälle harjoittelulle. Käsitteiden ymmärryksen jäädessä puutteelliseksi saattavat hyvätkin laskijat kohdata myöhemmin koulussa vaikeuksia, sillä virheen poisoppiminen vie paljon aikaa. (Ikäheimo 1995, 38.)

Havainnoinnin lisäksi halusin kuulla oppilaiden mielteitä ja kokemuksia yhteistoiminnallisesta matematiikan opetuksesta ulkona luonnossa. Minusta on tärkeää tuoda omien havaintojeni ja tekemieni tulkintojen lisäksi myös oppilaiden oma ääni kuuluviin. Huolimatta siitä, ettei havainnoimani opetustilanne ollut pedagogisesti kaikin puolin onnistunut, oppilaat pääosin nauttivat uudenlaisen opetusmenetelmän tuomasta vaihtelusta. Osa oppilaista toi esiin myös ulkona tapahtuvan yhteistoiminnallisen työskentelyn sopivuuden heille itselleen. He kertoivat mm. siitä, kuinka ulkona on mahdollista liikkua ja tehdä itse asioita oppikirjaan pohjautuvaa luokkatyöskentelyä enemmän. He kokivat tällaisen oppimistavan itselleen luontaiseksi, siis oman oppimistyylin mukaiseksi. Lähes kaikki oppilaat olivat kuitenkin sitä mieltä, että myös luokassa ja matematiikan oppikirjojen parissa työskentely on antoisaa ja mielekästä. Heistä on kuitenkin virkistävää tehdä toisinaan erilaisia harjoituksia, jotta opetus olisi monipuolista ja vaihtelevaa.

Yhteistoiminnallisen oppimisen avulla voidaan myös vahvistaa oppilaiden kehittyvää toimijuutta, mikä puolestaan tukee oppilaiden elämänhallinnan kehittymistä ja ehkäisee syrjäytymistä. Toimijuus vahvistuu, kun oppilaat saavat tehdä aloitteita, keskustella sekä kyseenalaistaa asioita. Vähitellen opettaja voi vetäytyä syrjään asiantuntijan asemasta ja antaa tilaa oppilaiden asiantuntijuudelle ja toimijuudelle. Oppilaita tulee opettaa myös perustelemaan ratkaisujaan toisille sekä pyytämään ja tarjoamaan apuaan ja osaamistaan toisille oppilaille. (Kumpulainen etc. 2010, 27–32.) Tiedollisten oppimistavoitteiden lisäksi yhteistoiminnallinen oppiminen kasvattaakin oppilaita myös demokraattisen yhteiskunnan periaatteisiin. He oppivat arvostamaan luokkatovereitaan riippumatta heidän tiedollisesta kehitystasostaan tai sosiaalisesta ja kansallisesta taustastaan. Oppilaiden suvaitsevaisuus ja yhteistyötaidot kehittyvät. (Saloviita 2006, 165.)

Oppimisympäristöjen vaihtelu tukee osaltaan oppilaiden toimijuuden kehittymistä, sillä luokkahuone fyysisenä oppimisympäristönä tukee vain tietynlaisen vuorovaikutuksen syntyä. Oppilailla ja opettajilla on vahvat ennakkokäsitykset luokassa tapahtuvan toiminnan luonteesta ja oppilaiden ja opettajan rooleista siellä. Kun lähdetään ulos luokkahuoneesta, luodaan mahdollisuuksia uudentilaiselle vuorovaikutukselle. Tällöin kaikki ovat avoimempia totutusta poikkeavalle tilanteenmäärittelylle. Luokkahuoneen ulkopuolella oppilaiden oma tietämys pääsee helpommin esille. (Kumpulainen *et al.* 2010, 27–32. 93.)

Tutkimukseni kohdistui sosiaalisen todellisuuden ilmiöön, joka on sidoksissa tiettyyn aikaan ja paikkaan. Tästä syystä tutkimuksen tuloksia ei voi yleistää. Laadullisen tutkimuksen tulokset ovatkin ilmiöiden aika- ja paikkasidonnaisuudesta johtuen usein historiallisesti muuttuvia ja paikallisia. Tavoitteena on ennemminkin keksittyä pieneen määrään tapauksia ja analysoida niitä perusteellisesti. (Eskola & Suoranta 2005, 15–18.) Fenomenologisen tutkimuksen syvempänä tarkoituksena on lisätä ihmisten ymmärrystä jostakin inhimillisen elämän ilmiöstä. Jo tunnetun tekemisellä tiedetyksi saattaa olla tärkeä tehtävä inhimillisen todellisuuden ongelmien selvittämisessä ja muuttamisessa. Ihmiselämän ongelmat ovat usein ihmisen tarkoituksellisen toiminnan tulosta. Jotta voimme kehittää toimintaa tietoisesti, on meidän ymmärrettävä toimintatapojen taustalla olevia merkityksiä. (Laine 2001, 42–43.)

Yhteistoiminnallisen oppimisen käyttö opetuksessa on myös Suomessa vielä vasta alkutaipaleella, vaikka menetelmä onkin jo pitkään ollut käytössä mm. Yhdysvalloissa ja Isossa-Britanniassa. Yhteistoiminnallisen oppimisen hyödyntämisestä suomalaisessa koulukontekstissa tarvittaisiin lisää tutkimustietoa. Mahdollisia tutkimuskohteita olisivat esim. erilaisten yhteistoiminnallisten menetelmien soveltuvuus eri luokka-asteille, ryhmien tarkoituksenmukainen muodostaminen sekä ryhmätyöskentelyn kehitysvaiheiden eteneminen.

Tutkimukseni perusteella matematiikan yhteistoiminnallinen oppiminen luonnossa mahdollisti havainnoimieni oppilaiden matematiikan kielentämisen eri tavoin tuoden samalla esille oppilaiden matemaattista ajattelua. Tämä aihepiiri on tutkimuskohteena jatkotutkimusten arvoinen. Matematiikan kielentämisen mahdollisuuksia ja hyötyjä voitaisiin tutkia eri luokka-asteilla ja erilaisissa oppimisympäristöissä vielä lisää. Luonnossa oppiminen on aihepiiri, josta Suomessa on vielä tutkimustietoa hyvin vähän. Tutkimukseni osoitti, että luonto ja koulun piha oppimisympäristöinä tuovat oppilaille vaihtelua ja uusia oppimismahdollisuuksia luokkatyöskentelyn rinnalle.

Koen kaikki kolme tutkimukseeni linkittyntä pedagogista aihepiiriä: yhteistoiminnallisen oppimisen, matematiikan kielentämisen ja luonnossa oppimisen itselleni tärkeiksi. Nämä menetelmät eivät ole vielä vakiintuneita perinteisessä suomalaisessa kouluopetuksessa. Jotkut opettajat niitä

työssään varmasti hyödyntävät, mutta laajemmassa mittakaavassa en ole havainnut kyseisiä menetelmiä käytettävän. Tutkimukseni perusteella näitä menetelmiä hyödyntämällä voidaan kuitenkin hyvin toteuttaa perusopetuksen opetussuunnitelman (2004) mukaista, eri oppiaineita integroivaa, opetusta. Toivon tutkimukseni osaltaan edistävän näiden, suomalaisessa koulukontekstissa vielä melko tuoreiden, pedagogisten ideoiden leviämistä käytännön koulutyöhön. Jos opettaja onnistuu herättämään oppilaissaan edes hitusen motivaatiota ja luomaan heille onnistumisen kokemuksia, on opettaja mielestäni onnistunut työssään. Nämä kokemukset saattavat olla oppilaille hyvin tärkeitä ja kannatella heitä yllättävänkin pitkälle itse kunkin omalla elämänpolulla.

10 LÄHTEET

Alasuutari, M. 2005. Mikä rakentaa vuorovaikutusta lapsen haastattelussa? Teoksessa Ruusuvuori, J. & Tiittula, L. (toim.) Haastattelu: tutkimus, tilanteet ja vuorovaikutus. Tampere: Vastapaino.

Bergström, M. 2009. Pieni lapsi ja nykykoulu. Teoksessa Jantunen, T. & Lautela, R. (toim.) Kuningasvuosi. Leikin kultta-aika. Sastamala: Vammalan kirjapaino.

Brügge, B., Glantz, M. & Sandell, K. Friluftslivets pedagogik. För kunskap, känsla och livskvalitet. Stockholm: Liber.

Cantell, H. & Koskinen, S. 2004. Ympäristökasvatuksen tavoitteita ja sisältöjä. Teoksessa Cantell, H. (toim.) Ympäristökasvatuksen käsikirja. Juva: Bookwell.

Eskola, J. & Suoranta, J. 2005. Johdatus laadulliseen tutkimukseen. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino.

Grönfors, M. 2001. Havaintojen teko aineistonkeräyksen menetelmänä. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin I. Metodien valinta ja aineistonkeruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle. Jyväskylä: PS-kustannus.

Fägerstam, E. 2012. Space and Place. Perspectives on outdoor teaching and learning. Linköping Studies in Behavioral Science No. 167. Linköping University. [Http://liu.divaportal.org/smash/get/diva2:551531/FULLTEXT01.pdf](http://liu.divaportal.org/smash/get/diva2:551531/FULLTEXT01.pdf) (viitattu 25.6.2014)

Gilbertson, K., Bates, T., MacLaughlin, T. & Ewert, A. 2006. Outdoor Education. Methods and Strategies. USA: Sheridan Books.

Hytti, P. & Joutsenlahti, J. 2006. Matematiikan oppimateriaalin tutkimus ja kehittäminen osana opettajankoulutusta: Mot-hanke ja ”Storytelling”-kokeilu. Teoksessa Aalto, A.-L. & Tammi, T.

(toim.) Tutkimusta, toimintaa ja tulevaisuuden näkymiä koulutyössä. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 9. Tampereen yliopisto.

Ikäheimo, H. 1995. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan. Helsinki: Monila.

Ikäheimo, H. 1997. Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa. Helsinki: Monila.

Ikäheimo, H. 1998. Matematiikan esi- ja alkuopetuksen kysymyksiä. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Yliopistopaino.

Jantunen, T. & Haapaniemi, R. 2013. Iloa kouluun. Avaimia kouluviihtyvyyteen. Juva: Bookwell Oy.

Johnson, D. W., Johnson, R. T. & Holubec, E. J. 1990. Circles of learning. Cooperation in the classroom. Minnesota: Interaction Book Company.

Johnson, D. W. & Johnson, R. T. 2002. Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu. Teoksessa Sahlberg, P. & Sharan S. (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Porvoo: Bookwell Oy.

Joutsenlahti, J. 2003A. Kielentäminen matematiikan opiskelussa. Teoksessa Virta, A. & Marttila, O. (toim.) Opettaja, asiantuntijuus ja yhteiskunta. Ainedidaktinen symposium 7.2.2003. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja B:72.

Joutsenlahti, J. 2003B. Matemaattinen ajattelu ja kieli, eräs mielenkiintoinen ulottuvuus uudessa opetussuunnitelmassa. Teoksessa Aalto, A.-L. & Tuomi, T. (toim.) Projekteja ja prosesseja. Opetuksen käytäntöjä matematiikassa ja viestinnässä. Tampereen yliopisto. Hämeenlinnan normaalikoulun julkaisuja nro 8.

Joutsenlahti, J. & Kulju, P. 2009. Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin. Teoksessa Ropo, E., Silfverberg, H. & Soini, T. (toim.) Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat. Ainedidaktiikan symposiumi Tampereella 13.2.2009. Tampereen yliopisto.

Järvinen, A. 2002. Yhteistoiminnallisuus alkuopetuksessa. Teoksessa Sahlberg, P. & Sharan S. (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Porvoo: Bookwell Oy.

Karau, S. J. & Williams, K. D. 1993. Social loafing: a meta-analytic review and theoretical integration. *Journal of Personality and Social Psychology*, 65.

Kinnunen, R. & Vauras, M. 1998. Matemaattisten ongelmien ratkaisutaito ala-asteella. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Yliopistopaino.

Kumpulainen K., Krokfors L., Lipponen L., Tissari V., Hilppö J. & Rajala A. 2010. Oppimisen sillat. Kohti osallistavia oppimisympäristöjä. Helsinki: Yliopistopaino.

Laine, A. 2009. Matematiikkaa ulkona luonnossa. *Solmu*, 3/2009.

Laine, T. 2001. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologien näkökulma. Teoksessa Aaltola, J. & Valli, R. (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Näkökulmia aloittavalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin*. Jyväskylä: PS-kustannus.

Laughlin, P. R., Hatch, E. C., Silver, J. S. & Both, L. 2006. Groups perform better than best individuals on letter-to-numer problems: effects of group size. *Journal of Personality & Social Psychology*, 90.

Matematiikkaa ulkona luonnossa -hankkeen www-sivut.
[Http://www.hyvinkaa.fi/matematiikkaaluonnossa](http://www.hyvinkaa.fi/matematiikkaaluonnossa) (viitattu 19.3.2014)

Muurinen-Rehn, P.-S. 2002. Unkarilainen matematiikka. Teoksessa Joutsenlahti, J. (toim.) *Lapsen ajattelu ja ongelmanratkaisu. Unkarilaista matematiikkaa*. Tampereen yliopisto. Luokanopettajan koulutus.

Paalasmaa, J. 2014. *Aktivoi oppilaasi*. Juva: Bookwell.

Pennington, D. C. 2005. *Pienryhmän sosiaalipsykologia*. Helsinki: Gaudeamus.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Opetushallitus.

Polvinen, K., Pihlajamaa, J. & Berg, P. 2012. Luonnosta hyvinvointia lapsille ja nuorille. Kuvauksia luonnon hyvinvointivaikutuksista, palveluista ja malleista palveluiden kehittämiseen. Kansallinen Hyvinvointiverkosto, Sitra.
[Http://www.sitra.fi/julkaisut/muut/Luonnosta_hyvinvointia_lapsille_ja_nuorille.pdf](http://www.sitra.fi/julkaisut/muut/Luonnosta_hyvinvointia_lapsille_ja_nuorille.pdf) (viitattu 21.6.2014)

Prashnig, P. 2000. Erilaisuuden voima. Opetustyyli ja oppiminen. Juva: Bookwell.

Ritala-Koskinen, A. 2001. Lasten haastattelu tutkijan haasteena. Teoksessa Kangassalo, M. & Suoranta, J. (toim.) Lasten tietoyhteiskunta. Vammala: Vammalan kirjapaino.

Sahlberg, P. & Berry, J. 2002. Matematiikan oppiminen pienryhmissä. Teoksessa Sahlberg, P. & Sharan S. (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Porvoo: Bookwell Oy.

Shachar, H. & Sharan, S. 2002. Yhteistoiminnallinen oppiminen ja koulun organisaatio. Teoksessa Sahlberg, P. & Sharan S. (toim.) Yhteistoiminnallisen oppimisen käsikirja. Porvoo: Bookwell Oy.

Slavin, R. E. 2003. Educational Psychology. Theory and practice. Boston: Allyn & Bacon.

Stevens, R. J. & Slavin, R. E. 1995. Effects of a cooperative learning approach in reading and writing on academically handicapped and nonhandicapped students. The Elementary School Journal, 95.

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2009. Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi. Vantaa: Hansaprint.

Turtiainen, P. 2001. Miten kuulla lasta? Esimerkkinä päiväkotilasten ja koululaisten haastattelut. Helsingin kaupungin tietokeskus.

Tyrväinen L., Silvennoinen H., Korpela K. & Ylen M. 2007. Luonnon merkitys kaupunkilaisille ja vaikutus psyykkiseen hyvinvointiin. Metlan työraportteja 52: 57–77.
<http://www.metla.fi/julkaisut/workingpapers/2007/mwp052-07.pdf> (viitattu 19.3.2014)

Vuori, I. & Laukkanen, R. 2010. Vaarantaako istuminen terveytesi? Suomen lääkärilehti 39/ 2010
http://www.suomentule.fi/SLL_istumisterveys.pdf (viitattu 19.3.2014)